

الفصل الأول

الدوال والمتباينات

(Functions and Inequalities)

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / ... تهيئة للفصل 1

تهيئة للفصل 1

اوجد الناتج في كل مما يأتي :

$$\dots\dots\dots = 15.7 + (-3.45) \quad (1)$$

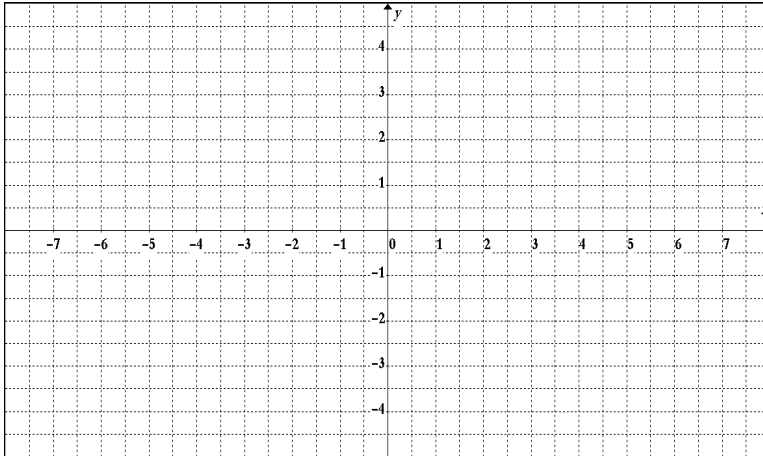
$$\dots\dots\dots = -9.8 \cdot 6.75 \quad (2)$$

$$\dots\dots\dots = 3 \frac{2}{3} + (-1 \frac{4}{5}) \quad (3)$$

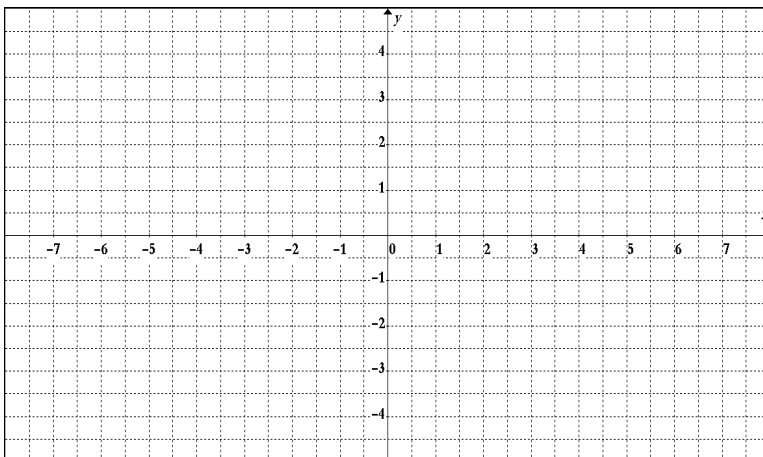
$$\dots\dots\dots = -3 \div \frac{7}{8} \quad (4)$$

مثل كل متباينة مما يأتي بيانياً :

$$y \neq 3 \quad (1)$$



$$3x - y > 6 \quad (2)$$



خصائص الأعداد الحقيقية (properties of real numbers)

المفردات

- الأعداد الحقيقية (real numbers) ويرمز لها بالرمز R
- الأعداد النسبية (rational numbers) ويرمز لها بالرمز Q
- الأعداد الغير نسبية (irrational numbers) ويرمز لها بالرمز I
- الأعداد الصحيحة (integers numbers) ويرمز لها بالرمز Z
- الأعداد الكلية (whole numbers) ويرمز لها بالرمز W
- الأعداد الطبيعية (natural numbers) ويرمز لها بالرمز N

أضف إلى مطوبتك

مفهوم أساسي الأعداد الحقيقية (R)

الرمز	المجموعة	أمثلة
Q	الأعداد النسبية	$0.125, -\frac{7}{8}, \frac{2}{3} = 0.66...$
I	الأعداد غير النسبية	$\pi = 3.14159...\sqrt{3} = 1.73205...$
Z	الأعداد الصحيحة	$-5, 17, -23, 8$
W	الأعداد الكلية	$2, 96, 0, \sqrt{36}$
N	الأعداد الطبيعية	$3, 17, 6, 86$

مثال 1 : ضع علامة $\in$ أو $\notin$ في المكان المناسب .

المجموعة العدد	N	W	Z	Q	I	R
4						
-2						
$\frac{3}{4}$						
0						
π						
$\sqrt{7}$						
$\sqrt{9}$						
$\sqrt{-4}$						
$0.6\overline{1}$						

ملخص المفهوم		
خصائص الأعداد الحقيقية		
لأي أعداد حقيقية a, b, c فإن:		
الخاصية	الجمع	الضرب
التبديلية	$a + b = b + a$	$a \cdot b = b \cdot a$
التجميعية	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$
العنصر المحايد	$a + 0 = a = 0 + a$	$a \cdot 1 = a = 1 \cdot a$
النظير	$a + (-a) = 0 = (-a) + a$	$a \cdot \frac{1}{a} = 1 = \frac{1}{a} \cdot a, a \neq 0$
الانغلاق	$a + b$ عدد حقيقي.	$a \cdot b$ عدد حقيقي.
التوزيع	$a(b + c) = ab + ac, (b + c)a = ba + ca$	

تأكد 2 ما الخاصية الموضحة ؟

(1) $(6.8) \cdot 5 = 6 \cdot (8.5)$

.....

(2) $7(9 - 5) = 7 \cdot 9 - 7 \cdot 5$

.....

(3) $84 + 16 = 16 + 84$

.....

(4) $-7y + 7y = 0$

.....

(5) $\frac{7}{2} \cdot \frac{2}{7} = 1$

.....

(6) $(16 + 7) + 23 = 16 + (7 + 23)$

.....

(7) $2(x + 3) = 2x + 6$

.....

الموضوع / التاريخ : / / 143 هـ

تأكد 3

اوجد النظير الجمعي والنظير الضربي لكل عدد مما يأتي :

العدد	النظير الجمعي	النظير الضربي
-7		
$\frac{4}{9}$		
3.8		
5		
$-\frac{3}{8}$		
1		
0		

مثال 1

من واقع الحياة (خاصية التوزيع)

يبين الجدول المجاور أسعار ثلاث أصناف من الأدوات المكتبية . فإذا انخفض سعر كل منها بنسبة 15% فجد قيمة هذا الانخفاض للأصناف الثلاثة معا .

الصنف	السعر (بالريال)
قلم حبر	50
آلة حاسبة	60
قاموس	40

تأكد 1

ينتقاضى كمال 20 ريالاً عن كل ساعة في محل تجاري . فإذا كانت ساعات عمل كمال في أحد الأسابيع هي : 4 , 3 , 2.5 , 3 , 4 فما المبلغ الذي حصل عليه كمال في ذلك الأسبوع .

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 2

(تبسيط العبارات الجبرية)

بسط العبارة : $5(3x + 6y) + 4(2x - 9y)$

.....

.....

.....

.....

.....

تأكد 2

1) بسط العبارة : $3(4x - 2y) - 2(3x + y)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2) بسط العبارة : $-2(-5g + 6k) - 9(-2g + 4k)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المفردات

العلاقات والدوال (Relations and Functions)

الدالة المتباينة (one-to-one) العلاقة المنفصلة (discrete relation)

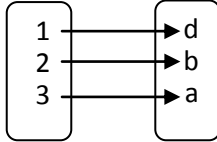
العلاقة المتصلة (continuous relation) اختبار الخط الرأسي (vertical line test)

المتغير المستقل (independent variable) المتغير التابع (dependent variable)

رمز الدالة (variable notation)

مفهوم أساسي : الدالة المتباينة :

المدى المجال

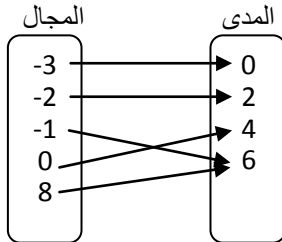


كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر واحد فقط في المدى ،
أي أنه لا يرتبط أكثر من عنصر في المجال بالعنصر نفسه في المدى

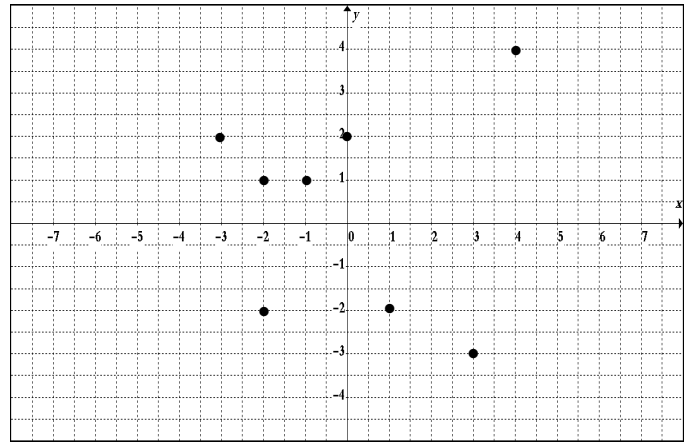
مثال 1

حدد مجال ومدى كل علاقة فيما يأتي ، وبين أيها دالة ، وإن كانت دالة فهل هي متباينة أم لا ؟

(1B)



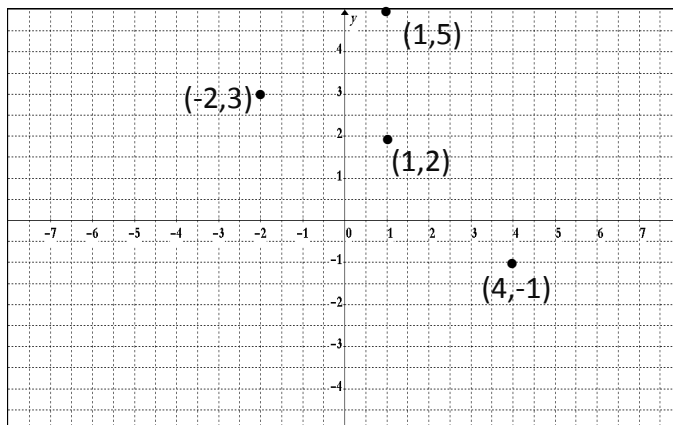
(1A)



حدد مجال ومدى كل علاقة فيما يأتي ، وبين أيها دالة ، وإن كانت دالة فهل هي متباينة أم لا

تأكد 1

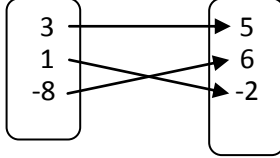
(1)



الموضوع / التاريخ : / / 143 هـ

المجال

المدى



(2)

.....

.....

x	y
-2	-4
1	-4
4	-2
8	6

(3)

.....

.....

أضف إلى مطويك

اختبار الخط الرأسي

مفهوم أساسي

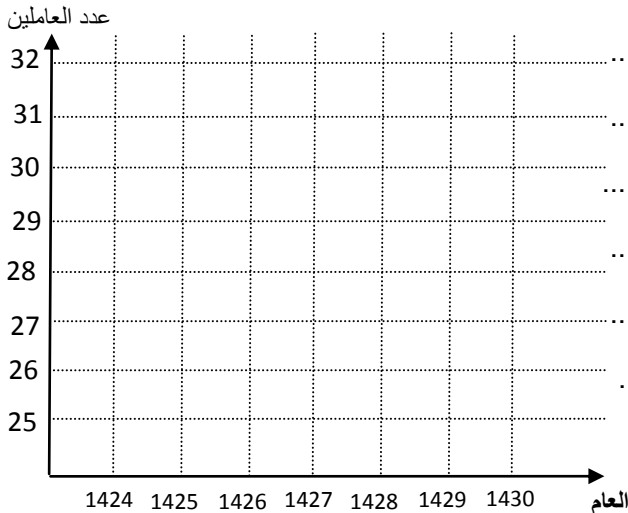
التعبير اللفظي: إذا لم يقطع أي خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة بأكثر من نقطة، فالعلاقة دالة.

التمودج:

إذا قطع خط رأسي التمثيل البياني للعلاقة في نقطتين أو أكثر فالعلاقة ليست دالة.

مثال 2

إذا كان عدد العاملين في إحدى المؤسسات في الأعوام 1424 هـ إلى 1429 هـ على الترتيب هو 25, 28, 34, 31, 27, 29 مثل هذه البيانات بيانياً وحدد هل العلاقة التي تمثلها هذه البيانات منفصلة أم متصلة. وهل تمثل دالة ؟



التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

تأكد 2

يبين الجدول التالي متوسط عدد النقاط التي أحرزها فريق كرة السلة في مبارياته خلال

4 مواسم .

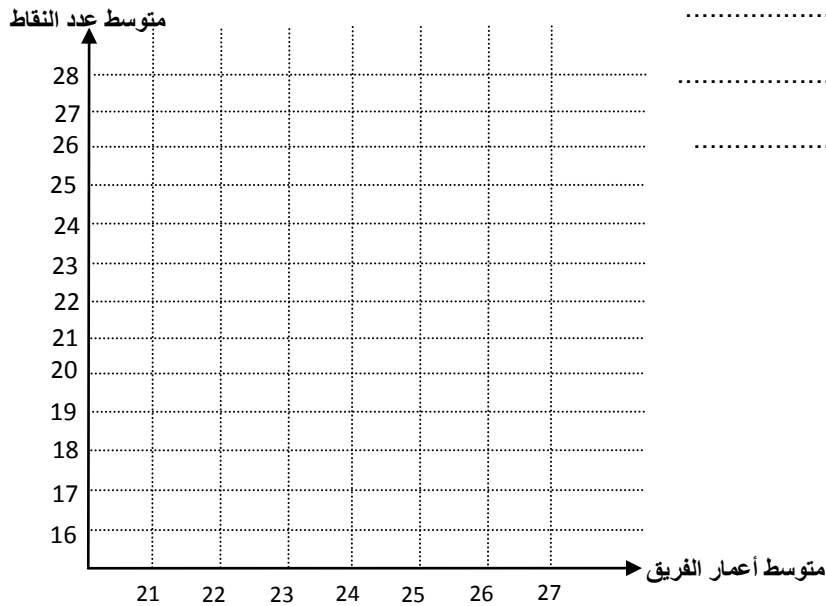
(a) إذا كان متوسط الأعمار هو المجال فحدد كلاً من عناصر المجال والمدى.

متوسط عدد النقاط لكل مباراة	متوسط أعمار الفريق	الموسم
16.2	22	1423-1424
24.1	23	1424-1425
27.2	24	1425-1426
23.5	25	1426-1427

(b) اكتب علاقة على صورة أزواج مرتبة تمثل البيانات .

(c) هل هذه العلاقة منفصلة أم متصلة ؟

(d) مثل هذه العلاقة بيانياً ، وهل هي دالة أم لا ؟



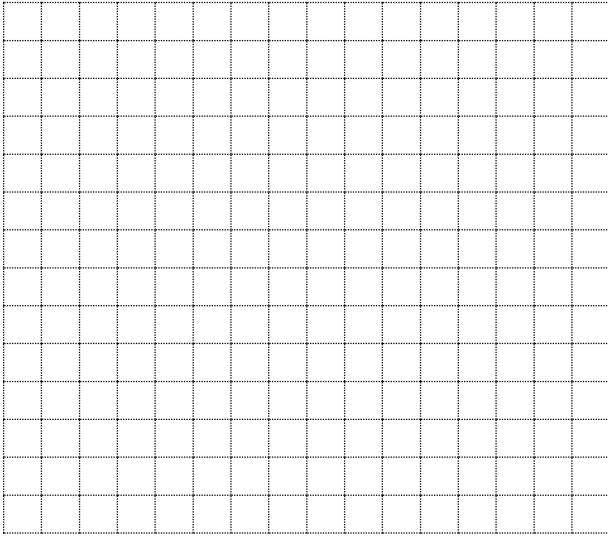
التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / تمثيل العلاقة بيانياً

مثال 1

تمثيل العلاقة بيانياً

مثل المعادلة $y = x^2 + 1$ بيانياً ، وحدد مجالها ومداها ، ثم حدد إذا كانت تمثل دالة أم لا ، وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا ؟ ثم حدد إذا كانت منفصلة أم متصلة ؟



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تأكد 1

مثل المعادلة فيما يأتي بيانياً ، ثم حدد مجالها ومداها ، ثم حدد إذا كانت تمثل دالة أم لا ، وإذا كانت كذلك فهل هي متباينة أم لا ؟ ثم حدد إذا كانت منفصلة أم متصلة ؟

$$y = -4x - 2$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

الموضوع / إيجاد قيمة الدالة

التاريخ : / / 143 هـ

مثال 1

: $g(x) = 0.5x^2 - 5x + 3.5$ اوجد قيمة كل مما يأتي :(a) $g(2.8)$ (b) $g(4a)$

تأكد 1

(1) لتكن $f(x) = -2x^2 - 4x + 1$ اوجد قيمة $f(5)$ (2) لتكن $f(x) = 5x^3 + 1$ اوجد قيمة $f(-8)$

المفردات

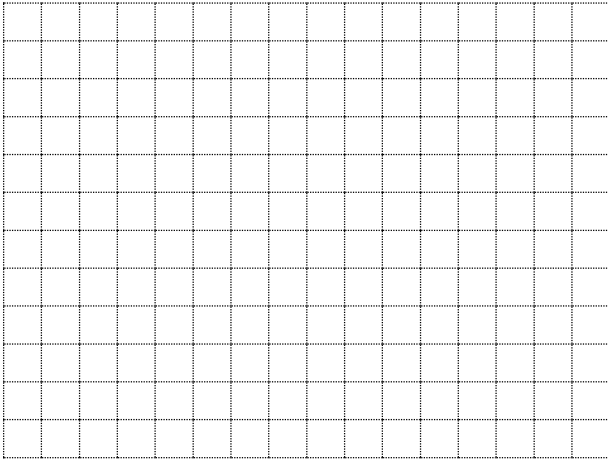
الدالة المتعددة التعريف (piecewise-defined function) الدالة الدرجية (step function)

الدالة المتعددة التعريف الخطية (piecewise-linear function)

دالة أكبر عدد صحيح (absolute value function)

الدالة المتعددة التعريف

مثال 1

مثل الدالة $f(x) = \begin{cases} x+2, & x < 0 \\ x, & x \geq 0 \end{cases}$ بيانياً ، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها .

.....

.....

.....

.....

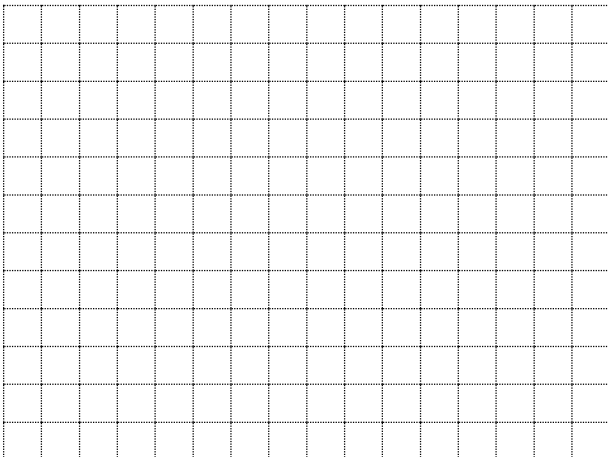
.....

.....

.....

.....

تأكد 1

مثل الدالة $f(x) = \begin{cases} -3, & x \leq -4 \\ x, & -4 < x < 2 \\ -x+6, & x \geq 2 \end{cases}$ بيانياً ، ثم حدد كلاً من مجالها ومداها .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

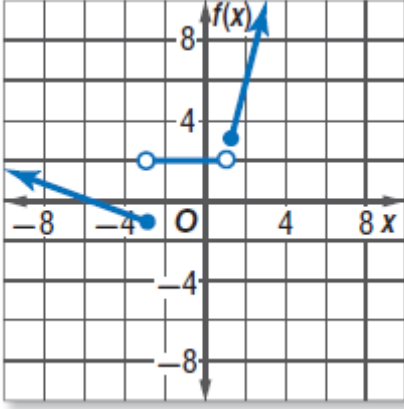
.....

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / ...كتابة الدالة متعددة التعريف

مثال 1

اكتب الدالة متعددة التعريف التي لها التمثيل البياني الآتي :



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

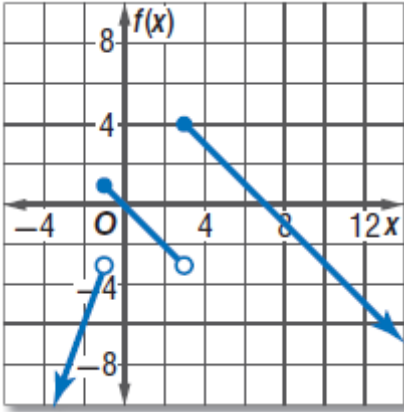
.....

.....

.....

اكتب الدالة متعددة التعريف التي لها التمثيل البياني الآتي :

تأكد 1



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

قاعدها : $f(x) = \llbracket x \rrbracket$ حيث $\llbracket x \rrbracket =$ أكبر عدد صحيح أقل من أو يساوي x

$$2 = \llbracket 2.45 \rrbracket , \quad -3 = \llbracket -2.45 \rrbracket$$

نلاحظ أن :

(A) الدالة الدرجية مجالها مجموعة الأعداد الحقيقية R ومداها مجموعة الأعداد الصحيحة Z

$$(B) \quad \llbracket x \rrbracket < x < \llbracket x \rrbracket + 1$$

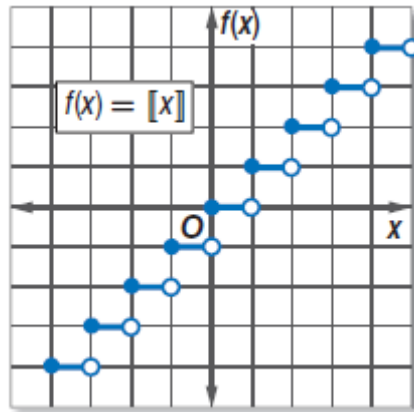
$$\text{مثال : } \llbracket 3.5 \rrbracket < 3.5 < \llbracket 3.5 \rrbracket + 1 \quad D \quad 3 < 3.5 < 4$$

$$(C) \quad \llbracket x \rrbracket = n \quad Q \quad n \leq x < n + 1 : n \in Z$$

$$\text{مثال : } \llbracket 5.1 \rrbracket = 5 \quad Q \quad 5 < 5.1 < 5 + 1 : 5 \in Z$$

$$(d) \quad \llbracket x + n \rrbracket = \llbracket x \rrbracket + n : n \in Z$$

$$\text{مثال : } \llbracket x + 3 \rrbracket = \llbracket x \rrbracket + 3 : 3 \in Z$$

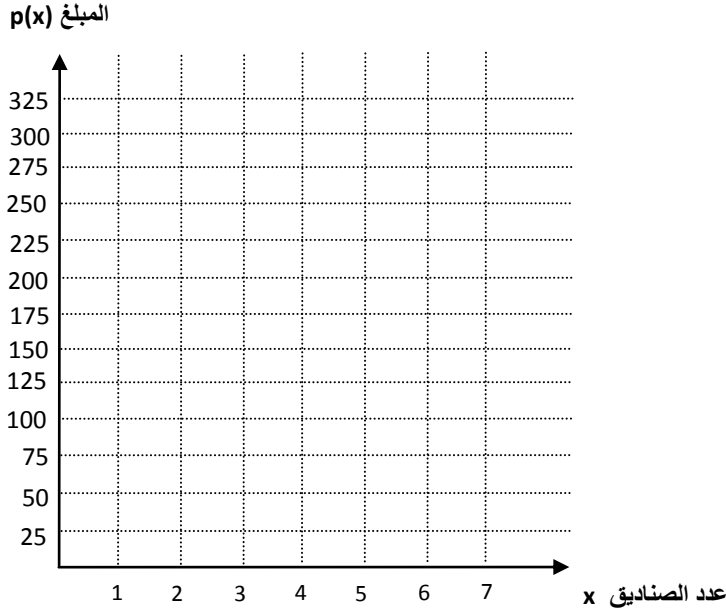


التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / استعمال الدالة الدرجية

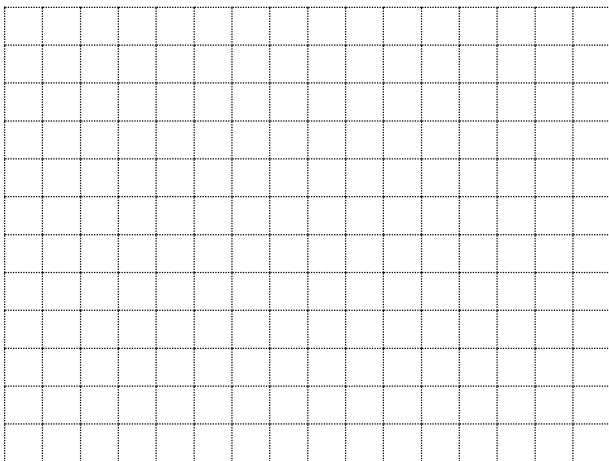
مثال 1

تدفع شركة لإعادة تدوير الورق 25 ريالاً عن كل صندوق من الورق يتم إحضاره للشركة ولا تدفع أي شيء مقابل أي صندوق غير ممتلئ بالكامل . مثل بيانياً المبلغ $P(x)$ الذي تدفعه الشركة لعدد الصناديق التي تم إحضارها لتدويرها .



تأكد 1

(a) مثل الدالة $g(x) = -2 \llbracket x \rrbracket$ بيانياً ثم حدد كلاً من مجالها ومداه .

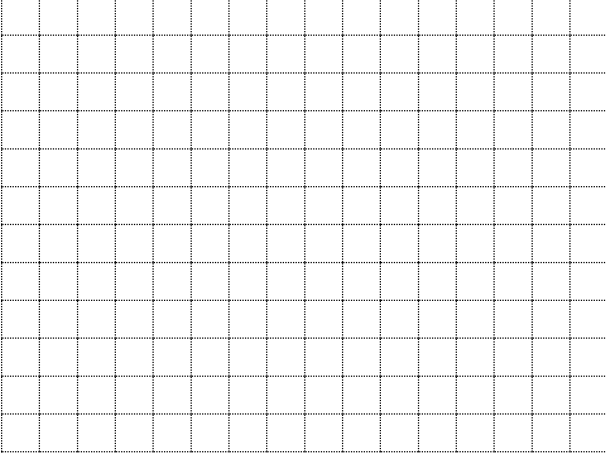


.....

.....

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

(b) مثل الدالة $f(x) = \lfloor 3x + 2 \rfloor$ بيانياً ثم حدد كلاً من مجالها ومداه .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

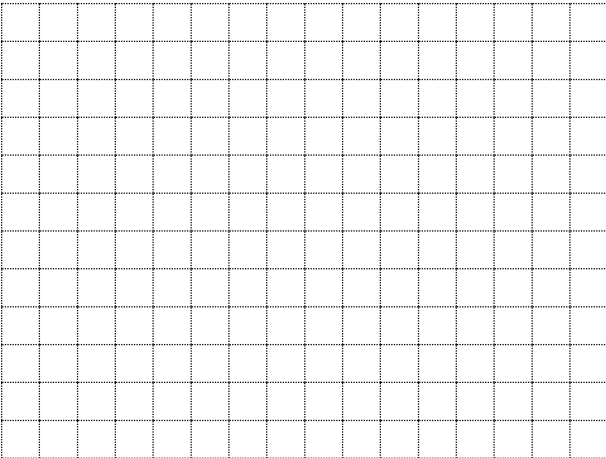
.....

.....

.....

.....

.....

(c) مثل الدالة $f(x) = \lfloor x \rfloor - 6$ بيانياً ثم حدد كلاً من مجالها ومداه .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

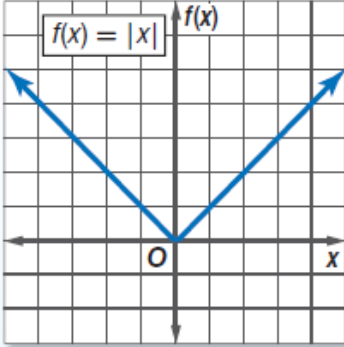
.....

.....

أضف إلى
مطويتك

مفهوم أساسي

دالة القيمة المطلقة الأساسية

الدالة الرئيسية (الأم) $f(x) = |x|$ ، وتُعرّف على النحو الآتي:

$$f(x) = \begin{cases} x & , x > 0 \\ 0 & , x = 0 \\ -x & , x < 0 \end{cases}$$

على شكل حرف V

مجموعة الأعداد الحقيقية

مجموعة الأعداد الحقيقية غير السالبة

$$x = 0, f(x) = 0$$

$$f(x) < 0$$

شكل التمثيل البياني

المجال

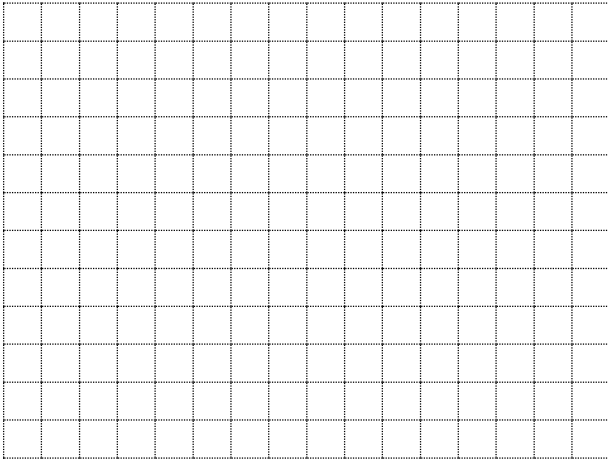
المدى

المقطعان

ولا يمكن أن تكون

مثال 1 مثل الدالة $f(x) = |x - 2|$ بيانيا ثم حدد مجالها ومداهما .

مثال 1



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

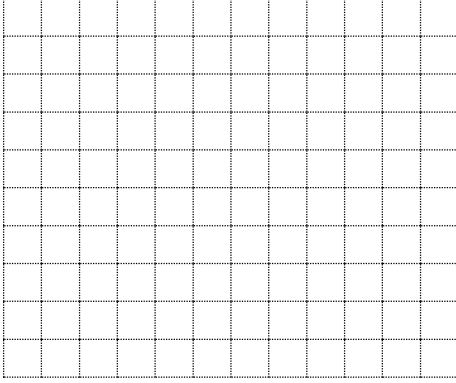
التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

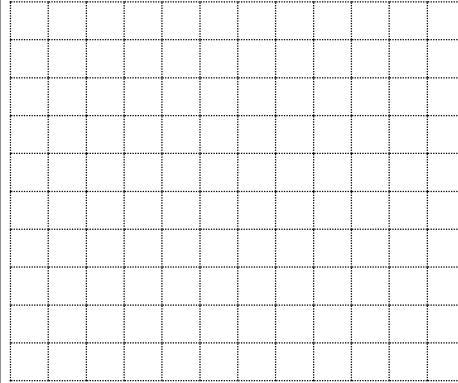
تأكد 1

مثل كل دالة بيانيا ثم حدد مجالها ومداها .

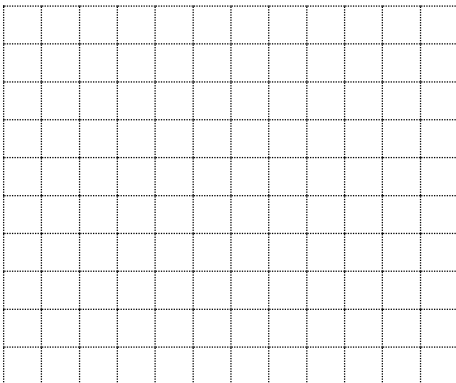
$$f(x) = |x + 4| \quad (b)$$



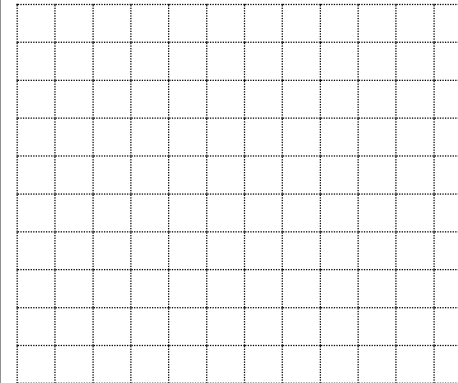
$$f(x) = |x| + 1 \quad (a)$$



$$f(x) = -|x| + 1 \quad (d)$$



$$f(x) = 2|x| \quad (c)$$



الموضوع / تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانياً التاريخ : / / 143 هـ

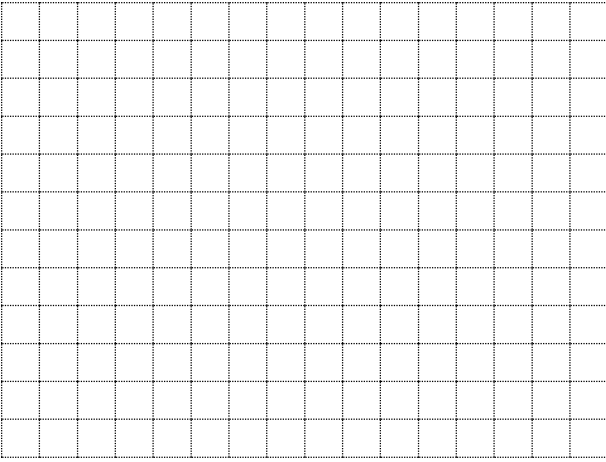
المفردات

المتباينة الخطية (linear inequality) الحد (boundary)

الحد المتقطع

مثل المتباينة $3x + \frac{1}{2}y < 2$ بيانياً

مثال 1



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

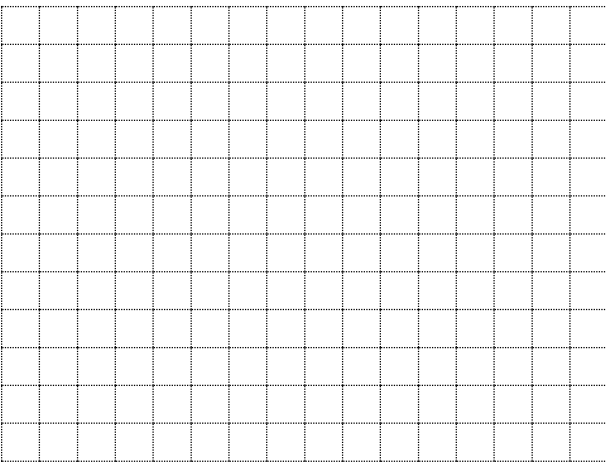
.....

.....

.....

مثل المتباينة $-x + 2y > 4$ بيانياً

تأكد 1



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

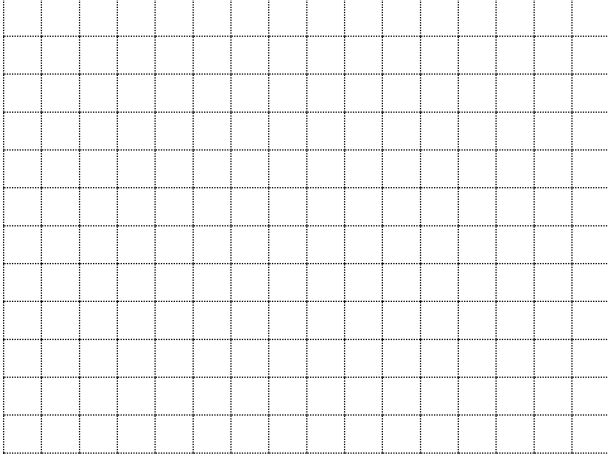
.....

.....

.....

مثال 1

مع صالح 60 ريالاً يستطيع إنفاقها في مدينة الألعاب . فإذا كان ثمن تذكرة الألعاب الالكترونية 5 ريالاً ، و ثمن تذكرة كل لعبة عادية 6 ريالاً . فاكتب متباينة نصف هذا الموقف ، ثم مثلها بيانياً .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

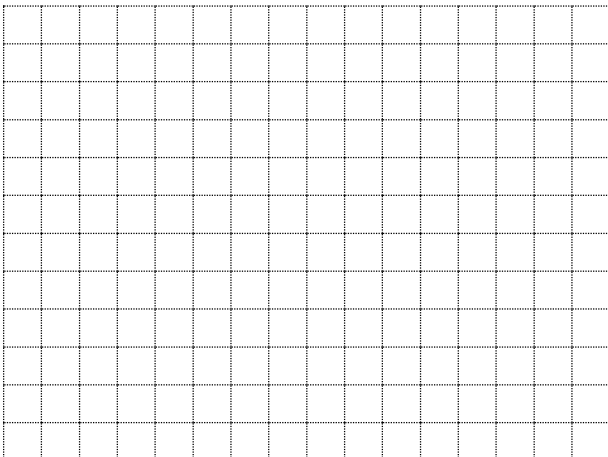
.....

.....

.....

.....

تأكد 1 مثل $x - 3y \leq 6$ بيانياً



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

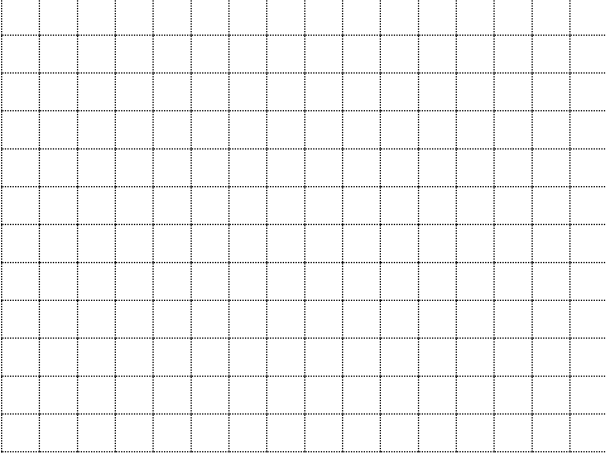
.....

.....

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / تمثيل متباينة القيمة المطلقة

مثال 1

مثل بيانياً المتباينة $y \leq 2|x| + 3$ 

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

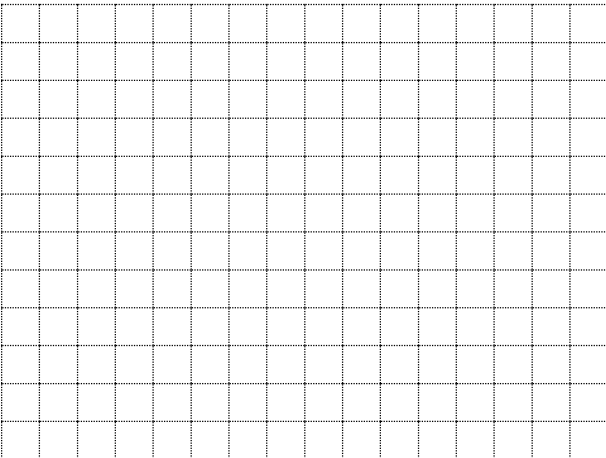
.....

.....

.....

.....

تأكد 1

مثل بيانياً المتباينة $y \geq 3|x + 1|$ 

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / حل أنظمة المتباينات الخطية بيانياً

المفردات

نظام المتباينات الخطية (system of inequalities)

مفهوم أساسي :

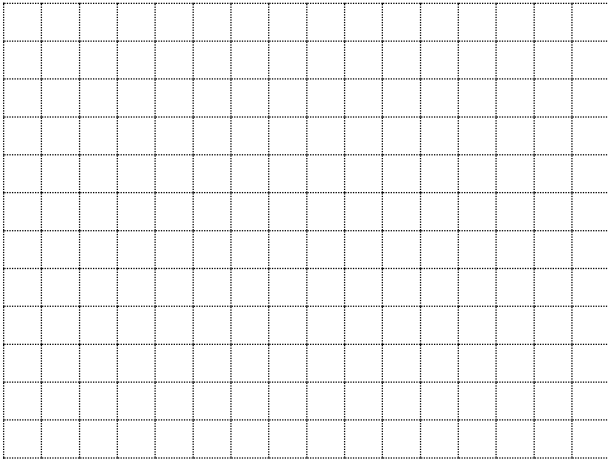
حل أنظمة المتباينات الخطية

الخطوة 1 : مثل كل متباينة في النظام بيانياً ، وظلل منطقة الحل .

الخطوة 2 : حدد المنطقة المظللة المشتركة بين مناطق حل متباينات النظام والتي تمثل منطقة حل النظام

مثال 1

$$y \leq -2x + 5 \quad , \quad y > -\frac{1}{4}x - 6$$



.....

.....

.....

.....

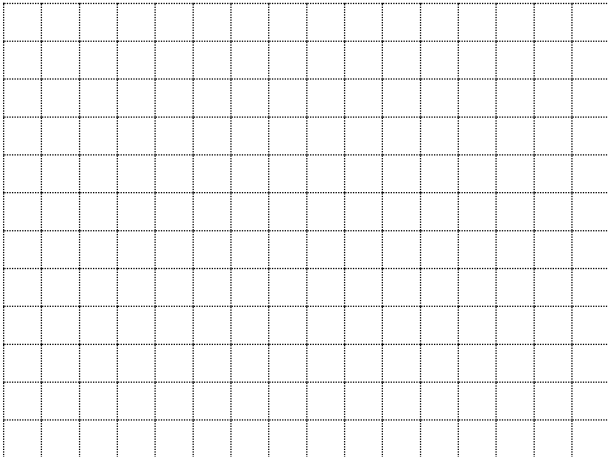
.....

.....

.....

تأكد 1

$$y \geq |x| \quad , \quad y < \frac{4}{5}x + 5$$



.....

.....

.....

.....

.....

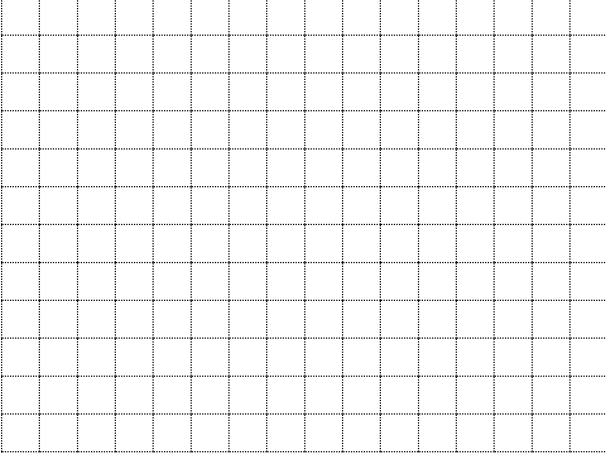
.....

.....

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / مناطق الحل غير المتقاطعة

مثال 1

حل النظام الآتي بيانياً : $y \geq -4x + 8$, $y < -4x + 4$ 

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

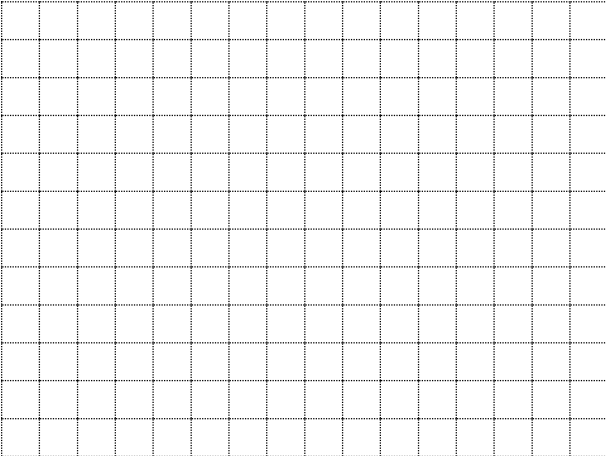
.....

.....

.....

حل النظام الآتي بيانياً : $y \geq 2|x|$, $y < 2x - 24$

تأكد 1



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

الموضوع / من واقع الحياة...

التاريخ : / / 143 هـ

مثال 1

مثال 1 خرج مشاري وبدر في رحلة لزيارة بعض محافظات المملكة برأ فتنابوا قيادة السيارة . فإذا كانت فترات قيادة مشاري للسيارة على نحو متواصل في اليوم لا تقل عن 4 ساعات ، ولا تزيد على 8 ساعات ، وكانت فترات قيادة بدر على نحو متواصل في اليوم لا تقل عن ساعتين ولا تزيد على 5 ساعات ، وكان إجمالي زمن قيادة كليهما يومياً لا يزيد 10 ساعات ، فاكتب نظام متباينات خطية يمثل هذا الموقف ، ثم مثله بيانياً .

A full page of blank graph paper with a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 small square units. The lines are thin and black, set against a white background. There are no margins or additional markings on the page.[illegible]

تأكد 1

تأكد 1 خصصت ليلي مبلغاً لا يتجاوز 350 ريالاً لشراء نوعين من الأقلام ، يباع الأول في رزم تضم الواحدة منها 10 أقلام وثمنها 35 ريالاً ، ويباع الثاني في رزم تضم الواحدة منها 8 أقلام وثمنها 25 ريالاً . فإذا أرادت ليلي شراء 40 قلماً على الأقل من النوعين .

(a) مثل بيانياً نظام المتباينات الذي يبين عدد الرزم التي يمكن شراؤها من كلا النوعين .

(b) أعط 3 خيارات ممكنة لعدد الرزم الذي يمكنها شراؤها من كلا النوعين .

A full page of blank graph paper with a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 small square units. The lines are thin and black, set against a white background. There are no margins or additional markings on the page.[illegible]

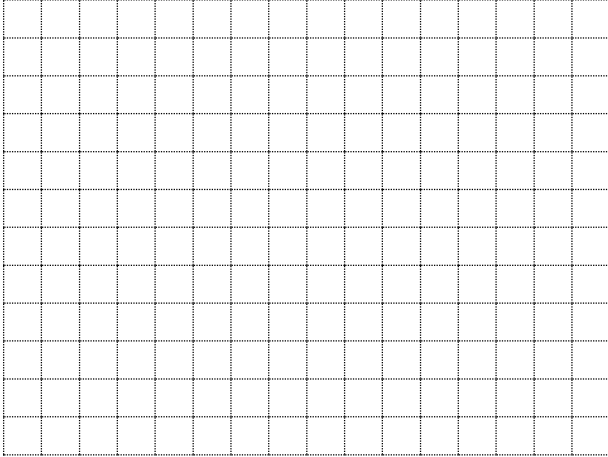
التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / إيجاد رؤوس المنطقة المحصورة

مثال 1

جد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني للنظام الآتي :

$$y \geq -3x - 6, \quad 2y \geq x - 16, \quad 11y + 7x \leq 12$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

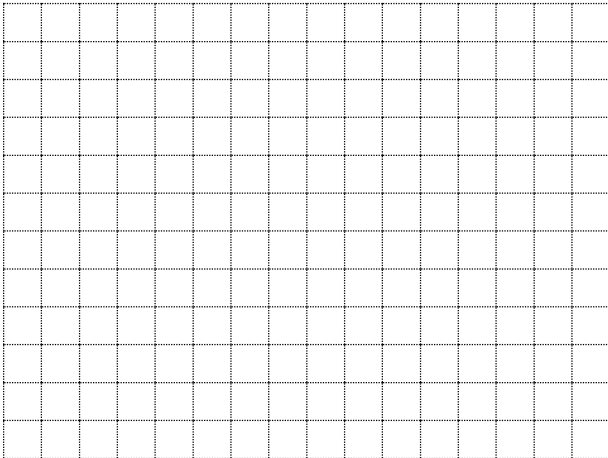
.....

.....

تأكد 1

جد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني للنظام الآتي :

$$y \geq 2x + 1, \quad y \leq 8, \quad 4x + 3y \geq 8$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المفردات

البرمجة الخطية والحل الأمثل (optimization with linear programming)

القيود (constraints) البرمجة الخطية (linear programming) محدود (bounded)

منطقة الحل (feasible region) غير محدود (unbounded) الحل الأمثل (optimize)

البرمجة الخطية :

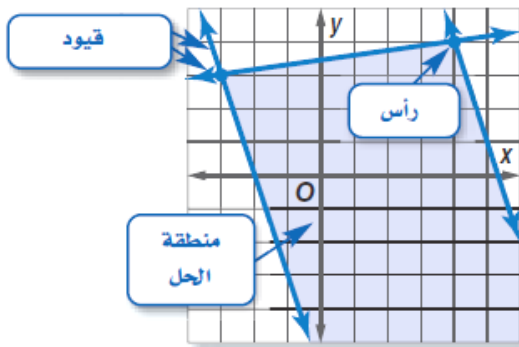
هي طريقة لإيجاد القيمة العظمى أو الصغرى لدالة ما تحت قيود معينة كل منها عبارة عن متباينة خطية ، وذلك بعد تمثيل نظام المتباينات بيانياً ، وتوجد القيمة العظمى أو الصغرى للدالة ذات الصلة دائماً عند أحد رؤوس منطقة الحل

أضف إلى

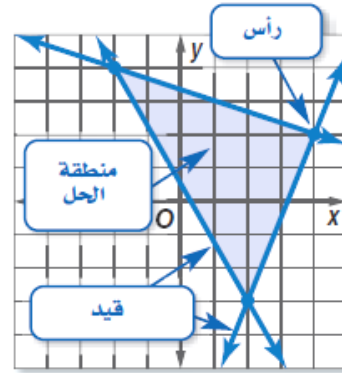
مطوياتك

منطقة الحل

مفهوم أساسي



تكون منطقة الحل مفتوحة وممتدة، فهي بذلك غير محدودة ويمكن أن تحتوي قيمة عظمى أو قيمة صغرى.



تكون منطقة الحل محدودة أو محصورة بقيود، وتظهر القيمة العظمى أو القيمة الصغرى للدالة عادةً عند رؤوس منطقة الحل.

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 1

مثال 1 مثل نظام المتباينات الآتي بيانياً ، ثم حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل ، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة .

$$-2 \leq x \leq 6 \quad , \quad 1 \leq y \leq 5 \quad , \quad y \leq x + 3$$

$$f(x, y) = -5x + 2y \quad \text{حيث}$$

A full page of blank graph paper with a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 square units. The lines are thin and black, set against a white background. There are no margins or additional markings on the page.[illegible]This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

تأكد 1

تأكد 1 مثل نظام المتباينات الآتي بيانياً ، ثم حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل ، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة .

$$-6 \leq y \leq -2 \quad , \quad y \leq -x + 2 \quad , \quad y \leq 2x + 2$$

$$f(x, y) = 6x + 4y \quad \text{حيث}$$

A full page of blank graph paper with a uniform grid of small squares. The grid consists of 20 columns and 20 rows of squares, creating a total of 400 small square units. The lines are thin and black, set against a white background. There are no margins or additional markings on the page.[illegible][illegible]

مثال 2

مثال 2 مثل نظام المتباينات الآتي بيانياً ، ثم حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل ، وأوجد القيمة العظمى والقيمة الصغرى للدالة المعطاة في هذه المنطقة .

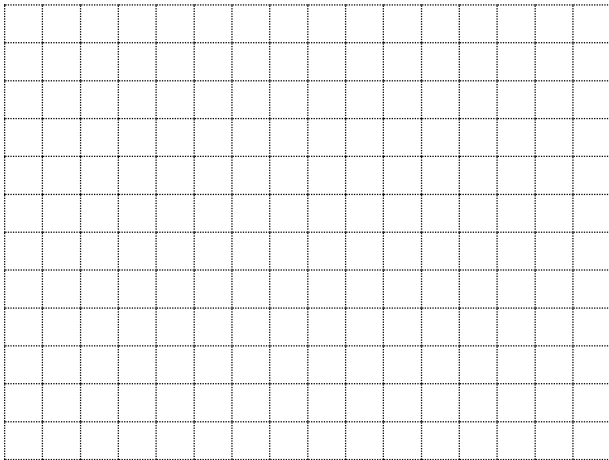
$$y \leq 8$$

$$y \geq -x + 4$$

$$y \leq -x + 10$$

$$f(x, y) = -6x + 8y$$

حيث

[illegible]This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school handwriting practice paper. The lines are evenly spaced and run across the entire width of the page. There are no margins, text, or other markings present.

استعمال البرمجة الخطية لإيجاد الحل الأمثل

مفهوم أساسي

استعمال البرمجة الخطية لإيجاد الحل الأمثل

الخطوة 1 حدّد المتغيرات.

الخطوة 2 اكتب نظام متباينات خطية يمثل المسألة.

الخطوة 3 مثل نظام المتباينات بيانياً.

الخطوة 4 جد إحداثيات رؤوس منطقة الحل.

الخطوة 5 اكتب الدالة الخطية التي تريد إيجاد قيمتها العظمى أو الصغرى.

الخطوة 6 عوض إحداثيات الرأس في الدالة.

الخطوة 7 اختر القيمة العظمى أو الصغرى وفقاً لما هو مطلوب في المسألة.

مثال 3

مثال 3 يصوغ فهد من 10 إلى 25 عقدًا ، ومن 15 إلى 40 سوارًا شهريًا . فإذا كانت أجرة صياغة العقد 50 ريالاً وأجرة صياغة السوار 30 ريالاً ، وصاغ في أحد الأشهر على الأقل 30 قطعة من العقود والأساور ، فكم قطعة من كلا النوعين عليه صياغتها ليحصل على أكبر أجر ؟

[illegible]

A series of horizontal dashed lines for writing.

[illegible]

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

تأكد 3

تأكد 3 ينتج مصنع نوعين من وحدات الإنارة ، يباع النوع الأول بسعر 25 ريالاً أما النوع الثاني فيباع بسعر 35 ريالاً . فإذا كانت الطاقة الإنتاجية للمصنع لا تزيد على 450 وحدة إنارة يومياً ، وكان على المصنع أن ينتج ما لا يقل عن 100 وحدة إنارة من النوع الأول وما لا يزيد على 200 وحدة إنارة من النوع الثاني ، فما عدد وحدات الإنارة التي يتطلب إنتاجها من كل نوع ليكون دخل المصنع اليومي أكبر ما يمكن ؟

[illegible][illegible]

الفصل الثاني

المصفوفات

MATRICES

الموضوع / التهيئة

التاريخ : / / 143 هـ

أوجد كلا من المعكوس الجمعي و الضربي لكل عدد مما يأتي :

(1) 4

(2) 0.2

(3) $2\frac{1}{3}$

بسّط كل عبارة مما يلي :

(4) $6(2x - 1) - 3(y - x) + 0.5(4x - 6)$

حل نظام المعادلتين في كل مما يأتي باستعمال طريقة التعويض أو الحذف :

(5) $y = x + 3$ ، $2x - y = -1$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / المصفوفات

المفردات

المصفوفة matrix العنصر element الرتبة order مصفوفة الصف row matrix

مصفوفة العمود column matrix المصفوفة المربعة square matrix

المصفوفة الصفوية zero matrix المصفوفات المتساوية equal matrices

المصفوفة : هي ترتيب على هيئة مستطيل لمتغيرات أو أعداد في صفوف أفقية وأعمدة رأسية محصورة بين قوسين . وتنظم الأعداد أو البيانات في المصفوفة بحيث يكون الموقع في المصفوفة ذا معنى . ويرمز للمصفوفة بالحروف الكبيرة .

العنصر : هو كل قيمة في المصفوفة .

رتبة المصفوفة : المصفوفة المكونة من m صفاً و n عموداً تكون من الرتبة $m \times n$ أو من النوع $m \times n$ (تقرأ m في n)

العنصر 1- موجود في الصف 2 ، والعمود 1 ، ويرمز إليه بالرمز a_{21} .

العنصر 8- موجود في الصف 3 ، والعمود 2 ، ويرمز إليه بالرمز a_{32} .

ثلاثة صفوف

4 أعمدة

$$A = \begin{bmatrix} 8 & -2 & 5 & 6 \\ -1 & 3 & -3 & 6 \\ 7 & -8 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

مثال 1

استعمل المصفوفة $B = \begin{bmatrix} 10 & -8 \\ -2 & 19 \\ 6 & -1 \end{bmatrix}$ للإجابة عن كل مما يأتي:

1A) ما رتبة B ؟

1B) ما قيمة b_{32} ؟

الموضوع / التاريخ : / / 143 هـ

(1C) ما قيمة b_{22} ؟

تأكد 1 استعمل المصفوفة $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & -4 & 0 \\ -2 & 3 & 6 & -8 \end{bmatrix}$ للإجابة عن كل مما يأتي :

(1A) ما رتبة A ؟(1B) ما قيمة a_{14} ؟(1C) ما قيمة a_{23} ؟التسميات الخاصة لبعض المصفوفات :(1) مصفوفة صف : تحتوي على صف واحد فقط . $\begin{bmatrix} 1 & 4 & -4 & 0 \end{bmatrix}$ (2) مصفوفة عمود : تحتوي على عمود واحد فقط . $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ (3) المصفوفة المربعة : عدد الصفوف يساوي عدد الأعمدة . $\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ (4) المصفوفة الصفيرية : يكون جميع عناصرها أصفار . $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ تساوي مصفوفتان: تكون المصفوفتان متساويتان إذا كانتا من نفس الرتبة ، وتساوت عناصرهما المتناظرة

$$\begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 2

يبين الجدول المجاور الأسعار بالريال لأربعة أنواع من الفطائر بثلاثة أحجام في أحد

المطاعم

	كبيرة	وسط	صغيرة
الجبن	5	4	3
الزعر	4	3	2
البيض	5	4	3
اللحم	6	5	4

(A) نظم هذه البيانات في مصفوفة ، عاى أن تكون الأسعار مرتبة تصاعدياً ؟

(B) حدد رتبة المصفوفة ؟

(C) ما قيمة العنصر a_{21} ؟

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 3

عدد مصانع المنسوجات وصناعة الورق ومنتجاته في 4 مناطق مختلفة في المملكة		
المنطقة	صناعة المنسوجات	صناعة الورق ومنتجاته
مكة المكرمة	28	45
الرياض	29	49
الشرقية	14	37
الباحة	1	1

يبين الجدول المجاور عدد المصانع الوطنية العاملة في قطاعي صناعة المنسوجات و صناعة الورق ومنتجاته في 4 مناطق مختلفة في المملكة.

(A) نظم البيانات في مصفوفة .

(B) اجمع عناصر كل عمود وفسر النتائج .

(C) اجمع عناصر كل صف وفسر النتائج .

(D) هل إيجاد معدل عناصر كل صف أو عناصر كل عمود يعطي بيانات ذات معنى ؟

التاريخ : / / 143 هـ

..... الموضوع /

تأكد 2

المزرعة	خيار	كوسة	باذنجان	طماطم
1	540	570	488	500
2	850	1015	800	820

يبين الجدول المجاور عدد صناديق الخضروات المنتجة من مزرعتين مختلفتين في أحد المواسم:

(A) نظم البيانات في مصفوفة .

(B) ما النوع الأقل إنتاجاً .

(C) اجمع عناصر كل صف وهل لهذه المجاميع معنى؟ فسر إجابتك .

(D) اجمع عناصر كل عمود فسر إجابتك .

الضرب في عدد ثابت scalar multiplication

المفردات

أضف إلى

مطوبتك

جمع المصفوفات وطرحها

مفهوم أساسي



التعبير اللفظي: إذا كانت A, B مصفوفتين من الرتبة $m \times n$ فإن $A + B$ هي مصفوفة أيضاً من الرتبة $m \times n$ ويكون كل عنصر فيها هو مجموع العنصرين المتناظرين في A و B وكذلك $A - B$ هي مصفوفة من الرتبة $m \times n$ أيضاً، وتحصل عليها بطرح العناصر المتناظرة.

$$A + B = A + B$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+e & b+f \\ c+g & d+h \end{bmatrix}$$

الرموز:

$$A - B = A - B$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a-e & b-f \\ c-g & d-h \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ -9 & 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3+2 & -5+0 \\ 1+(-9) & 7+10 \end{bmatrix}$$

مثال:

إذا كانت $A = \begin{bmatrix} 16 & 2 \\ -9 & 8 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ -3 & -7 \end{bmatrix}$ ، $C = \begin{bmatrix} 8 \\ 6 \end{bmatrix}$ أوجد كلاً مما يأتي إن أمكن :

مثال 1

 $A + B$ (a) $B - C$ (b)

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

أوجد ما يلي

تأكد 1

$$\begin{bmatrix} -3 & 4 \\ -9 & -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -4 & 12 \\ 8 & -7 \end{bmatrix} (A)$$

$$\begin{bmatrix} -9 & 8 & 3 \\ -2 & 4 & -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 & -3 & 6 \\ -9 & -5 & 18 \end{bmatrix} (B)$$

أضف إلى

مطوبتك

الضرب بعدد ثابت

مفهوم أساسي



التعبير اللفظي: حاصل ضرب مصفوفة A من الرتبة $m \times n$ في عدد ثابت k هي مصفوفة kA من الرتبة $m \times n$ وكل عنصر فيها يساوي العنصر المناظر له في المصفوفة A مضروباً في العدد الثابت k

الرموز:

$$k \cdot A = kA$$

$$k \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ka & kb \\ kc & kd \end{bmatrix}$$

مثال:

$$-3 \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3(4) & -3(1) \\ -3(7) & -3(-2) \end{bmatrix}$$

مثال 2

أوجد ناتج

$$3 \begin{bmatrix} 6 & 4 & 0 \\ -2 & 14 & -8 \\ -4 & -6 & 7 \end{bmatrix}$$

تأكد 2 إذا كانت $T = \begin{bmatrix} 8 & 0 & 3 & -2 \\ -1 & -4 & -2 & 9 \end{bmatrix}$ ، فجد $-4T$.

خصائص جمع المصفوفات

الخصائص التالية صحيحة لأي ثلاث مصفوفات A ، B ، C لها الرتبة نفسها ولأي عدد ثابت k :

(1) الخاصية الإبدالية لجمع المصفوفات $A + B = B + A$

(2) الخاصية التجميعية لجمع المصفوفات $C + (A + B) = (A + B) + C$

(3) خاصية التوزيع للضرب في عدد $k(A + B) = kA + kB$

إذا كانت $A = \begin{bmatrix} -5 & 3 \\ 6 & -8 \\ 2 & 9 \end{bmatrix}$ ، فأوجد $-6B + 7A$.

مثال 3

أجر العمليات على المصفوفات التالية إن أمكن :

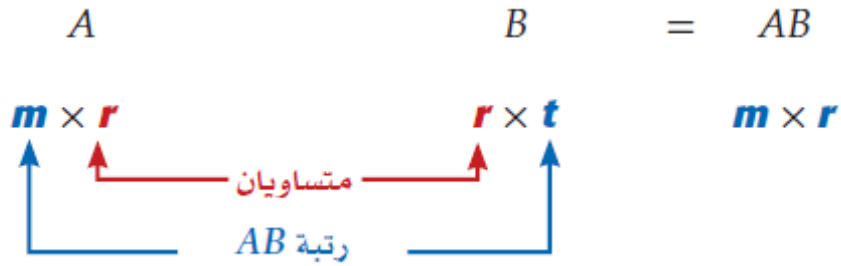
تأكد 3

$$-2 \begin{bmatrix} -9.2 & -8.4 \\ 5.6 & -4.3 \end{bmatrix} - 4 \begin{bmatrix} 4.1 & -2.9 \\ 7.2 & -8.2 \end{bmatrix}$$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / ضرب المصفوفات

ضرب المصفوفات : يمكن ضرب مصفوفتين إذا وفقط إذا كان عدد أعمدة المصفوفة الأولى يساوي عدد صفوف المصفوفة الثانية. وعند ضرب المصفوفة A ذات الرتبة $m \times r$ بالمصفوفة B ذات الرتبة $r \times t$ ، فإن الناتج هو المصفوفة AB ذات الرتبة $m \times t$.



مثال 1 هل يمكن إيجاد $A \cdot B$ في كل مما يأتي ، وإن كانت كذلك ، فأوجد رتبة المصفوفة الناتجة :

(a) $A_{4 \times 6} \cdot B_{6 \times 2}$

(b) $A_{3 \times 2} \cdot B_{3 \times 2}$

تأكد 1 حدد إذا كانت عملية الضرب معرفة في كل مما يأتي أم لا ، وإن كانت معرفة أوجد رتبة المصفوفة الناتجة :

(2) $D_{5 \times 4} \cdot C_{5 \times 4}$

(1) $A_{2 \times 4} \cdot B_{4 \times 3}$

أضف إلى

مطوبتك

ضرب المصفوفات

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: العنصر في الصف m والعمود r من المصفوفة AB هو مجموع نواتج ضرب العناصر في الصف m من المصفوفة A ، بعناصر العمود r من المصفوفة B بالترتيب.

$$AB = B \cdot A$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} e & f \\ g & h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ae+bg & af+bh \\ ce+dg & cf+dh \end{bmatrix}$$

الرموز:

مثال 2 إذا كانت $U = \begin{bmatrix} 5 & 9 \\ -3 & -2 \end{bmatrix}$ ، $V = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix}$ ، فأوجد UV .

مثال 2

أوجد الناتج في كل مما يأتي إذا كان ذلك ممكناً :

تأكد 2

$$\begin{bmatrix} 1 & 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -10 \\ 6 \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$\begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & -7 \end{bmatrix} \quad (b)$$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ 7 & 2 \end{bmatrix} (c)$$

مثال 3 إذا كان $R = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}, S = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ -2 & 5 \end{bmatrix}, T = \begin{bmatrix} -3 & 7 \\ -4 & 8 \end{bmatrix}$ فجد ناتج $R(S + T)$ (a)

أضف إلى
مطوياتك

خصائص ضرب المصفوفات

مفهوم أساسي

تُعد الخصائص الآتية صحيحة لأي ثلاث مصفوفات A, B, C ، ولأي عدد K ، على أن يكون ناتج ضرب أو جمع أيٍّ منها معرّفًا:

$$(AB)C = A(BC)$$

خاصية التجميع لضرب المصفوفات

$$k(AB) = (kA)B = A(kB)$$

خاصية التجميع لضرب المصفوفات في عدد

$$C(A + B) = CA + CB$$

خاصية التوزيع من اليسار للمصفوفات

$$(A + B)C = AC + BC$$

خاصية التوزيع من اليمين للمصفوفات

الموضوع / ...المحددات التاريخ : / / 143 هـ

المفردات

second-order determinant محدة الدرجة الثانية

determinant المحددة

third-order determinant محدة الدرجة الثالثة

diagonal rule قاعدة الأقطار

cramer'sRule قاعدة كرامر

coefficient matrix مصفوفة المعاملات

أضف إلى

مطوبتك

محددة الدرجة الثانية

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: قيمة محددة الدرجة الثانية يساوي حاصل ضرب عنصري القطر الرئيسي مطروحاً منه حاصل ضرب عنصري القطر الآخر.

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - cb \quad \text{بالرموز:}$$

القطر الرئيسي

$$\begin{vmatrix} 4 & 5 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} = 4(6) - (-3)(5) = 39 \quad \text{مثال:}$$

مثال 1 جد قيمة كل محددة فيما يأتي :

$$\begin{vmatrix} -6 & -7 \\ 10 & 8 \end{vmatrix} (a)$$

$$\begin{vmatrix} 7 & 5 \\ 9 & -4 \end{vmatrix} (b)$$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

تأكد 1

جد قيمة كل محددة مما يأتي :

$$\begin{vmatrix} 8 & 6 \\ 5 & 7 \end{vmatrix} (a)$$

$$\begin{vmatrix} -6 & -6 \\ 8 & 10 \end{vmatrix} (b)$$

محددة الدرجة الثالثة

مفهوم أساسي قاعدة الأقطار

خطوة 1: أعد كتابة العمود الأول والثاني إلى يمين المحددة.

خطوة 2: أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الرئيسي وثلاثيات العناصر على الموازيات المبينة ثم اجمع.

خطوة 3: أوجد حاصل ضرب عناصر القطر الآخر وثلاثيات العناصر على الموازيات المبينة ثم اجمع.

خطوة 4: لإيجاد قيمة المحددة نطرح ناتج الخطوة 3 من ناتج الخطوة 2.

أضف إلى مطوبتك

$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{vmatrix}$
$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix}$	$\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \\ g & h \end{vmatrix}$

جد قيمة كل محددة فيما يأتي :

مثال 2

$$\begin{vmatrix} -5 & 9 & 4 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \end{vmatrix} (a)$$

تأكد 2

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -4 & 2 & -5 \\ -3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

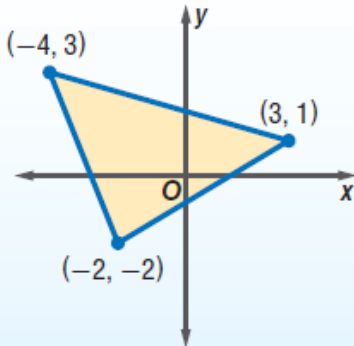
أوجد قيمة المحددة

إيجاد مساحة المثلث باستخدام المحددات

أضف إلى
مطوبتك

مساحة المثلث

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: مساحة المثلث الذي إحداثيات رؤوسه (a, b) , (c, d) , (e, f) هي $|A|$ ، حيث:

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} a & b & 1 \\ c & d & 1 \\ e & f & 1 \end{vmatrix}$$

$$A = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} -4 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

مثال:

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 3

مثال 3 يقف خالد وسعد ورضوان عند ثلاث نقاط مختلفة على خريطة المدينة التي يسكنونها ، فإذا كانت إحداثيات هذه النقاط هي : $(9 ، 11)$ ، $(4 ، 6)$ ، $(15 ، 3)$ ، بحيث تمثل كل وحدة على الخريطة 0.5 km فما مساحة المنطقة المثلثة التي يقفون عند رؤوسها ؟

تأكد 3

تأكد 3 $\llcorner$ إذا كانت إحداثيات رؤوس مثلث برمودا هي: $(4, 4)$ ، $(9, 1)$ ، $(7, 9.5)$ فأوجد مساحة المثلث الحقيقية إذا علمت أن كل وحدة طول يقابلها 175 ميلاً في الواقع؟

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / قاعدة كرامر

تسمى المصفوفة التي عناصرها معاملات المتغيرات في نظام معادلات بعدة متغيرات بعد ترتيب النظام بمصفوفة المعاملات

قاعدة كرامر: يمكن استعمال المحددات لحل أنظمة معادلات خطية ، فإذا كانت قيمة محددة المعاملات لا تساوي صفراً ، فإن للنظام حل وحيد . وإذا كانت قيمة المحددة صفراً ، فإما أن يكون للنظام عدد لا نهائي من الحلول أو لا حل له .

أضف إلى

مطوبتك

قاعدة كرامر

مفهوم أساسي

إذا كانت C مصفوفة المعاملات للنظام $ax + by = m$ ، $fx + gy = n$ حيث $C = \begin{vmatrix} a & b \\ f & g \end{vmatrix}$

فإن حل هذا النظام هو $x = \frac{\begin{vmatrix} m & b \\ n & g \end{vmatrix}}{|C|}$ و $y = \frac{\begin{vmatrix} a & m \\ f & n \end{vmatrix}}{|C|}$ ، وذلك إذا كانت $C \neq 0$.

$$8x - 5y = 70$$

$$9x + 7y = 3$$

حل النظام الآتي باستخدام قاعدة كرامر :

مثال 1

الموضوع / التاريخ : / / 143 هـ

$$4x - 5y = 39$$

$$3x + 8y = -6$$

تأكد 1 حل النظام الآتي باستعمال قاعدة كرامر :

استعمال قاعدة كرامر لحل نظام من ثلاث معادلات

مفهوم أساسي

استعمال قاعدة كرامر لحل نظام من ثلاث معادلات

أضف إلى

مطوبتك

إذا كانت C مصفوفة المعاملات للنظام $ax + by + cz = m$ ، $fx + gy + hz = n$ ، $jx + ky + \ell z = p$ حيث $C = \begin{vmatrix} a & b & c \\ f & g & h \\ j & k & \ell \end{vmatrix}$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} m & b & c \\ n & g & h \\ p & k & \ell \end{vmatrix}}{|C|}, y = \frac{\begin{vmatrix} a & m & c \\ f & n & h \\ j & p & \ell \end{vmatrix}}{|C|}, z = \frac{\begin{vmatrix} a & b & m \\ f & g & n \\ j & k & p \end{vmatrix}}{|C|}$$

فإن حل هذا النظام هو

وذلك إذا كانت $|C| \neq 0$.

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 2

حل النظام باستخدام قاعدة كرامر :

$$6x + 5y + 2z = -1$$

$$-x + 3y + 7z = 12$$

$$5x - 7y - 3z = -52$$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

$$4x - 2y + 7z = 26$$

$$5x + 3y - 5z = -50$$

$$-7x - 8y - 3z = 49$$

حل النظام باستعمال قاعدة كرامر

تأكد 2

المفردات

inverse matrix مصفوفة الوحدة identity matrix النظير الضربي للمصفوفة

matrix equation المعادلة المصفوفية مصفوفة المتغيرات variable matrix

constant matrix مصفوفة الثوابت

مصفوفة الوحدة : هي مصفوفة مربعة بحيث إذا ضربت في أي مصفوفة أخرى من نفس الرتبة كان الناتج هو المصفوفة الأخرى .

مصفوفة وحدة من الرتبة 3×3

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

مصفوفة وحدة من الرتبة 2×2

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

المصفوفة المحايدة لعملية الضرب

أضف إلى

مطوبتك

المصفوفة المحايدة لعملية الضرب

مفهوم أساسي



التعبير اللفظي: المصفوفة المحايدة لعملية الضرب I هي مصفوفة الوحدة وهي مصفوفة مربعة جميع عناصر قطرها الرئيسي 1، (من أعلى اليسار إلى أسفل اليمين) وباقي العناصر أصفار.

لأي مصفوفة مربعة A لها رتبة مصفوفة الوحدة I نفسها،

$$A \cdot I = I \cdot A = A$$

الرموز: إذا كانت $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ، فإن $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ بحيث إن

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 1

حدد إذا كان المصفوفتين التاليتين إحداهما نظير ضربى للأخرى أم لا ؟

$$X = \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -2 \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{1}{6} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

تأكد 1

حدد إذا كان المصفوفتين التاليتين إحداهما نظير ضربى للأخرى أم لا ؟

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

أضف إلى

مطوبتك

النظير الضربي للمصفوفة من النوع 2×2

مفهوم أساسي

النظير الضربي للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ هو $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$ ، وذلك إذا كانت $ad-bc \neq 0$

لاحظ أن $ad-bc$ هي قيمة محددة A . لذا فإذا كانت قيمة محددة مصفوفة ما تساوي صفراً، فليس للمصفوفة نظير ضربي.

أوجد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يأتي إن وجد :

مثال 2

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 1 & -4 \end{bmatrix} \quad (a)$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \quad (b)$$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

تأكد 2

جد النظير الضربي لكل مصفوفة فيما يلي إن وجد :

$$C = \begin{bmatrix} 6 & -3 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} (a)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$V = \begin{bmatrix} -3 & 0 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} (b)$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$M = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 6 & 2 \end{bmatrix} (c)$$

.....

.....

.....

.....

.....

المعادلات المصفوفية : يمكن استعمال المصفوفات لتمثيل نظام من المعادلات وحله. فمثلاً ، يمكن كتابة معادلة مصفوفية لحل نظام المعادلتين الآتي :

$$\begin{matrix} x + 2y = 9 \\ 3x - 6y = 3 \end{matrix} \rightarrow \begin{bmatrix} x + 2y \\ 3x - 6y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix}$$

يمكن كتابة المعادلة السابقة على الشكل :

$$\begin{matrix} A & \cdot & X & = & B \\ \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -6 \end{bmatrix} & \cdot & \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} & = & \begin{bmatrix} 9 \\ 3 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

مصفوفة المعاملات

مصفوفة المتغيرات
المتغيرات في النظام فقط

مصفوفة الثوابت
الثوابت في النظام فقط

ثم حل المعادلة المصفوفية بالطريقة نفسها التي تحل بها أي معادلة على الشكل $aX = b$

$$AX=B$$

المعادلة

$$ax=b$$

$$A^{-1}AX = A^{-1}B$$

$$ax = \left(\frac{1}{a}\right) b \quad \text{بضرب كل طرف في النظير الضربي } \left(\frac{1}{a}\right)$$

لمصفوفة المعاملات إن وجد

$$IX = A^{-1}B$$

$$A^{-1}A = I, \quad a \left(\frac{1}{a}\right) = 1 \quad 1x = \frac{b}{a}$$

$$X = A^{-1}B$$

$$IX = X, \quad 1x = x \quad x = \frac{b}{a}$$

ملحوظة: حل المعادلة المصفوفية من الشكل $AX = B$ هو حاصل ضرب النظير الضربي لمصفوفة المعاملات في مصفوفة الثوابت .

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

$$-2x + y = 9$$

$$x + y = 3$$

استعمل معادلة مصفوفية لحل النظام :

مثال 1

$$4x - 2y = 22$$

$$6x + 9y = -3$$

استعمل معادلة مصفوفية لحل النظام :

تأكد 1

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 2

أنفقت عائشة في معرض للكتب 112.5 ريالاً لشراء 3 كتب علمية و 4 كتب ثقافية . على

حين أنفقت فاطمة 157.5 ريالاً لشراء 3 كتب علمية و 10 كتب ثقافية . فإذا كانت الكتب

العلمية تباع بسعر x . والكتب الثقافية تباع بالسعر نفسه y . فما سعر الكتاب العلمي ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تأكد 2

مع أحمد 25 قطعة نقدية من فئة أرباع و أنصاف الريالات ، بحيث تبلغ قيمة ما معه 8.5 ريالاً . فكم عدد الأرباع والأنصاف التي معه ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

الفصل الثالث

كثيرات الحدود ، ودوالها

(Polynomials and polynomial functions)

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / ..التهيئة.....

1) أعد كتابة العبارة $2x - 3 - z$ على صورة جمع

2) استعمل خاصية التوزيع لإعادة كتابة العبارة الآتية دون الأقواس: $-3(a + b - c)$

3) حل المعادلة $x^2 - 6x + 12 = 19$ بإكمال المربع.

المفردات

الأعداد المركبة (Complex numbers) الوحدة التخيلية (imaginary unit)

العدد التخيلي البحت (pure imaginary number) المترافقان المركبان (complex conjugates)
الأعداد التخيلية البحتة :

قادت المعادلات $x^2 + 1 = 0$ إلى تعريف الأعداد التخيلية ، وتعرف الوحدة التخيلية i على انها
الجزر التربيعي الأساسي للعدد $\sqrt{-1}$ وبعبارة أخرى فإن : $i^2 = -1$ أو $\sqrt{i} = -1$
وتسمى الأعداد على الصورة $\sqrt{3}i$ ، $-2i$ ، $6i$ أعداداً تخيلية بحتة ، وهي جذور تربيعية لأعداد
حقيقية سالبة . لأي عدد حقيقي موجب مثل b ، فإن

$$\sqrt{-b^2} = b^2 \cdot \sqrt{-1} = bi$$

بسط كلا مما يأتي :

مثال 1

$$\dots\dots\dots = \sqrt{-18} \quad (1)$$

$$\dots\dots\dots = \sqrt{-125} \quad (2)$$

تأكد 1 بسط كلا مما يأتي :

$$\dots\dots\dots = \sqrt{-81} \quad (1)$$

$$\dots\dots\dots = 3\sqrt{-24} \cdot 2\sqrt{-18} \quad (2)$$

تحقق الإعداد التخيلية البحتة كلا من الخاصيتين التجميعية والتبديلية على الضرب وبيّن الجدول الآتي
بعض قوى الوحدة التخيلية i :

$i^1 = i$	$i^2 = -1$	$i^3 = i^2 \cdot i = -i$	$i^4 = (i^2)^2 = 1$
$i^5 = i^4 \cdot i = i$	$i^6 = i^4 \cdot i^2 = -1$	$i^7 = i^4 \cdot i^3 = -i$	$i^8 = (i^2)^4 = 1$

ملحوظة هامة : i مرفوعة لأس من مضاعفات العدد 4 يكون الناتج مساوياً 1

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / ضرب الأعداد التخيلية البحتة

مثال 2

بسّط كلا مما يأتي:

$$(1) \quad 3i \cdot 4i = \dots\dots\dots$$

$$(2) \quad \sqrt{-20} \cdot \sqrt{-12} = \dots\dots\dots$$

$$(3) \quad i^{31} = \dots\dots\dots$$

تأكد 2

بسّط كلا مما يأتي :

$$(1) \quad -3i \cdot 4i = \dots\dots\dots$$

$$(3) \quad i^{40} = \dots\dots\dots$$

مثال 3

حل كل معادلة مما يأتي :

$$(1) \quad 4x^2 + 100 = 0$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$(2) \quad x^2 + 4 = 0$$

.....

.....

.....

.....

حل المعادلة: $4x^2 + 32 = 0$

تأكد 3

الأعداد المركبة :

أضف إلى مطويتك

مفهوم أساسي

الأعداد المركبة

التعبير اللفظي: العدد المركب هو أي عدد يمكن كتابته على الصورة $a + bi$ ؛ حيث a و b عدنان حقيقيان، i الوحدة التخيلية، ويسمى a الجزء الحقيقي، و b الجزء التخيلي.

مثالان: $5 + 2i$ و $1 - 3i = 1 + (-3)i$

ملاحظات :

- (1) إذا كانت $b = 0$ فإن العدد المركب يكون عدداً حقيقياً.
- (2) إذا كانت $b \neq 0$ فإن العدد المركب يكون عدداً تخيلياً.
- (3) إذا كانت $a = 0$ فإن العدد المركب يكون عدداً تخيلياً بحتاً.
- (4) يتساوى عدنان مركبان إذا وفقط إذا تساوى الجزأين الحقيقيين ، والجزأين التخيليين ، أي أن :
 $a + bi = c + di$ إذا وفقط إذا كان $a = c , b = d$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 4

أوجد قيمتي x, y اللتين تجعلان المعادلة :

$$5x + 1 + (3 + 2y)i = 2x - 2 + (y - 6)i \text{ صحيحة}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تأكد 4

أوجد قيمتي a, b اللتين تجعلان المعادلة: $3a + (4b + 2)i = 9 - 6i$ صحيحة

.....

.....

.....

.....

.....

مثال 5

بسّط كلا مما يأتي :

$$(1) (-2 + 5i) + (1 - 7i)$$

.....

.....

.....

$$(2) (4 + 6i) - (-1 + 2i)$$

.....

.....

.....

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

تأكد 5 بسط كلا مما يأتي :

$$(1) (4 - 6i) + (4 + 6i)$$

.....

.....

.....

$$(2) (8 - 5i) - (7 + i)$$

.....

.....

.....

مثال 6

كهرباء :يرتبط فرق الجهد V ، شدة التيار C و المعاوقة I في الدوائر الكهربائية ذات التيار المتردد بالصيغة : $V = I.C$ أوجد فرق الجهد لتيار متردد شدته $2 - 4i$ أمبير ، ومعاوقته $3 - 2i$ أوم.

.....

.....

.....

.....

.....

تأكد 6 أوجد فرق الجهد لتيار متردد شدته $3 + 6i$ أمبير ، ومعاوقته $5 - i$ أوم.

.....

.....

.....

.....

.....

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / المعدان . المترافقان

العدان $a + bi$, $a - bi$ عدان مركبان مترافقين وناتج ضربهما هو عدد حقيقي دائماً

بسط كلا مما يأتي :

مثال 7

$$(1) \frac{-2i}{3 + 5i}$$

$$(2) \frac{2 + i}{1 - i}$$

$$\frac{3 - i}{4 + 2i} \text{ بسط كلا مما يأتي :}$$

تأكد 7

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / القانون العام والمميز

المفردات

القانون العام (Quadratic Formula) المميز (discriminant)

التعبير اللفظي : يمكن حل المعادلة التربيعية المكتوبة على الصورة $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{: باستعمال القانون}$$

حل المعادلة باستعمال القانون العام: $x^2 + 6x = 16$

مثال 1

حل المعادلة باستعمال القانون العام: $2x^2 + 25x + 33 = 0$

تأكد 1

الموضوع / التاريخ : / / 143 هـ

حل المعادلة باستعمال القانون العام: $x^2 - 16x + 64 = 0$

مثال 2

حل المعادلة باستعمال القانون العام: $x^2 + 34x + 289 = 0$

تأكد 2

ملاحظة : عندما يكون ما تحت الجذر في القانون العام صفراً، فإن للمعادلة جذراً نسبياً واحداً.

الموضوع / التاريخ : / / 143 هـ

مثال 3

حل المعادلة باستعمال القانون العام: $3x^2 + 5x + 1 = 0$

تأكد 3

حل المعادلة باستعمال القانون العام: $x^2 - 8x + 9 = 0$

ملاحظة: إذا كان ما تحت الجذر في القانون العام عدداً سالباً ، فإن الحلين يكونان عددين مركبين مترافقين.

الموضوع / التاريخ : / / 143 هـ

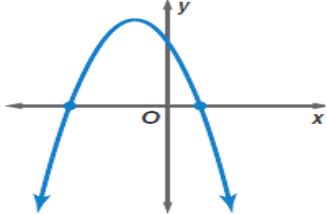
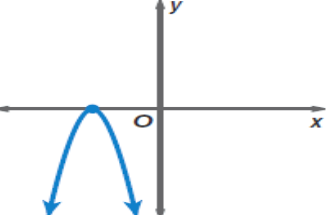
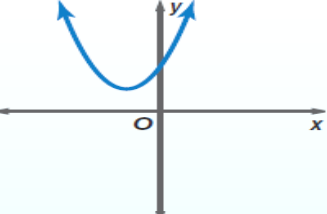
حل المعادلة باستعمال القانون العام: $3x^2 + 5x + 4 = 0$

مثال 4

حل المعادلة باستعمال القانون العام: $x^2 - 4x = -13$

تأكد 4

لاحظ العلاقة بين قيمة ما تحت الجذر وجذور المعادلة التربيعية في الأمثلة السابقة تسمى العلاقة $b^2 - 4ac$ بالمميز ويستعمل لتحديد عدد جذور المعادلة التربيعية ونوعها كما هو موضح

اضف إلى مطويتك	المميز	مفهوم أساسي
في المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$ ، حيث a, b, c أعداد نسبية، $a \neq 0$.		
مثال على التمثيل البياني للدالة المرتبطة بالمعادلة	عدد الجذور وأنواعها	قيمة المميز
	جذران حقيقيان نسبيا	$b^2 - 4ac > 0$ ، والعبارة $b^2 - 4ac$ مربع كامل .
	جذران حقيقيان غير نسبيا	$b^2 - 4ac > 0$ ، والعبارة $b^2 - 4ac$ ليست مربعاً كاملاً .
	جذر حقيقي واحد	$b^2 - 4ac = 0$
	جذران مركبان	$b^2 - 4ac < 0$

أوجد قيمة المميز لكل من المعادلتين التربيعيتين الآتيتين وحدد عدد جذور كل منهما ونوعها :

مثال 5

$$(1) -5x^2 + 8x - 1 = 0$$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / مجموع الجذرين وحاصل ضربيهما

إذا كان r_1, r_2 هما جذرا المعادلة $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

$$r_1 + r_2 = \frac{-b}{a} \quad , \quad r_1 \cdot r_2 = \frac{c}{a}$$

اكتب المعادلة التربيعية التي جذراها كما هو معطى في كل مما يأتي :

مثال 1

$$\left(1 \quad \frac{-3}{4}, \frac{5}{8}\right)$$

$$(2 \quad 7 \pm 3i)$$

$$\left(\text{تأكد 1} \quad \text{اكتب المعادلة التربيعية التي جذراها : } 4 \pm \sqrt{3}\right)$$

المفردات

التبسيط (simplifying) درجة كثيرة الحدود (degree of a polynomial)

ضرب وحيدات الحد وقسمتها

تعني عملية تبسيط عبارات تتضمن قوى إعادة كتابتها دون أقواس أو أسس سالبة . والأسس السالبة هي طريقة للتعبير عن النظير الضربي لعدد ، ويلخص الجدول الآتي خصائص الأسس :

ملخص المفهوم		
خصائص الأسس		
لأي عددين حقيقيين x, y وعددين صحيحين a, b :		
الخاصية	التعريف	مثال
ضرب القوى	$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$	$3^2 \cdot 3^4 = 3^{2+4} = 3^6$ $p^2 \cdot p^9 = p^{2+9} = p^{11}$
قسمة القوى	$x \neq 0$ ، $\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b}$	$\frac{9^5}{9^2} = 9^{5-2} = 9^3$ $\frac{b^6}{b^4} = b^{6-4} = b^2$
الأسس السالبة	$x \neq 0$ ، $x^{-a} = \frac{1}{x^a}$ ، $\frac{1}{x^{-a}} = x^a$	$3^{-5} = \frac{1}{3^5}$ $\frac{1}{b^{-7}} = b^7$
قوة القوة	$(x^a)^b = x^{ab}$	$(3^3)^2 = 3^{3 \cdot 2} = 3^6$ $(d^2)^4 = d^{2 \cdot 4} = d^8$
قوة ناتج الضرب	$(xy)^a = x^a y^a$	$(2k)^4 = 2^4 k^4 = 16k^4$ $(ab)^3 = a^3 b^3$
قوة ناتج القسمة	$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}$ ، $y \neq 0$ ، $\left(\frac{x}{y}\right)^{-a} = \left(\frac{y}{x}\right)^a = \frac{y^a}{x^a}$ ، $x \neq 0$ ، $y \neq 0$	$\left(\frac{x}{y}\right)^2 = \frac{x^2}{y^2}$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-5} = \frac{b^5}{a^5}$
القوة الصفرية	$x^0 = 1$ ، $x \neq 0$	$7^0 = 1$

تذكر : إن وحيدة الحد هي : عدد أو متغير ، أو عبارة ناتجة عن ضرب متغير أو أكثر ، وأسسها أعداد صحيحة تبسيط وحيدة الحد : تكون وحيدة الحد في أبسط صورة عندما

(1) لا تتضمن قوى القوة .

(2) يظهر كل أساس مرة واحدة.

(3) تكون جميع الكسور المتضمنة في أبسط صورة.

(4) لا تتضمن أسسًا سالبة .

الموضوع / التاريخ : / / 143 هـ

مثال 1

بسّط كل عبارة فيما يأتي مفترضاً أيّاً من المتغيرات لا يساوي صفراً.

$$(1) (2x^{-3}y^3)(-7x^5y^{-6})$$

.....

.....

$$(2) \frac{15c^2d^3}{-3c^2d^7}$$

.....

.....

$$(3) \left(\frac{a}{4}\right)^{-3}$$

.....

.....

$$(4) (-2x^2y^3)^5$$

.....

.....

تأكد 1 بسّط كل عبارة فيما يأتي مفترضاً أيّاً من المتغيرات لا يساوي صفراً.

$$(1) (2a^3b^{-2})(-4a^2b^4)$$

.....

.....

$$(2) \frac{12x^4y^2}{2xy^5}$$

.....

.....

$$(3) (6g^5h^{-4})^3$$

.....

.....

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / ..درجة كثيرات الحدود.....

درجة كثيرة الحدود : هي درجة وحيدة الحد ذات الدرجة الأكبر.

حدد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإن كانت كذلك فأذكر درجتها:

مثال 2

$$(1) \frac{x}{y} + 3x^2$$

$$(2) x^5y + 9x^4y^3 - 2xy$$

حدد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإن كانت كذلك فأذكر درجتها:

تأكد 2

$$(1) \frac{1}{2}x^2 - 7y$$

$$(2) x^2 + \sqrt{x}$$

ملاحظة: يمكن تبسيط كثيرة الحدود تماماً كما تبسط وحيدة الحد ، حيث تجري العمليات المطلوبة ثم تجمع الحدود المتشابهة

بسط كلا من العبارتين الآتيتين:

مثال 3

$$(1) (-x^2 - 3x + 4) - (x^2 + 2x + 5)$$

$$(2) (3x^2 - 6) + (-x + 1)$$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

تأكد 3

بسّط كلا من العبارتين الآتيتين:

$$(x^2 - 5x + 2) - (3x^2 + x - 1) \quad (1)$$

.....

.....

.....

.....

$$(3a + 4b) + (6a - 6b) \quad (2)$$

.....

.....

مثال 4

التبسيط باستعمال خاصية التوزيع أوجد : $\frac{4}{3}x^2(6x^2 + 9x - 12)$

.....

.....

تأكد 4

التبسيط باستعمال خاصية التوزيع أوجد : $-2a(-3a^2 - 11a + 20)$

.....

.....

مثال 5

استثمر فيصل مبلغ 90000 ريال في مشروعين أحدهما صناعي نسبة ربحه السنوي 18%، والآخر في مشروع عقاري نسبة ربحه السنوي 42% ، فإذا كانت x تمثل المبلغ الذي استثمره فيصل في المشروع العقاري ، فاكتب كثيرة حدود تمثل ربحه في المشروعين بعد عام واحد.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / ضرب كثيرات الحدود

مثال 6

أوجد ناتج الضرب: $(x^2 + 4x + 16)(x - 4)$

تأكد 6

أوجد ناتج الضرب: $(2x^2 - 4x + 5)(3x - 1)$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / قسمة كثيرات الحدود

المفردات

القسمة التركيبية (synthetic division)

أولاً : قسمة كثيرة حدود على وحيدة حد

بسط كل مقدار فيما يأتي :

مثال 1

$$(20c^4d^2f - 16cdf^2 + 4cdf) \div (4cdf) \quad (1)$$

$$(18x^2y + 27x^3y^2z)(3xy)^{-1} \quad (2)$$

بسط كل مقدار فيما يأتي :

تأكد 1

$$\frac{4xy^2 - 2xy + 2x^2y}{xy} \quad (1)$$

$$(3a^2b - 6ab + 5ab^2)(ab)^{-1} \quad (2)$$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

ثانياً: خوارزمية القسمة

استعمل القسمة الطويلة لإيجاد ناتج في كل مما يأتي:

مثال 2

$$(x^2 + 7x - 30) \div (x - 3)$$

استعمل القسمة الطويلة لإيجاد ناتج في كل مما يأتي :

تأكد 2

$$(x^2 - 13x + 12) \div (x - 1)$$

أي مما يأتي يكافئ العبارة: $(r^2 + 5r + 7)(1 - r)^{-1}$

مثال 3

$$r - 6 + \frac{13}{1-r} \quad (b)$$

$$-r - 6 + \frac{13}{1-r} \quad (a)$$

$$-r + 6 - \frac{13}{1-r} \quad (d)$$

$$r + 6 \quad (c)$$

أضف إلى

مطويتك

القسمة التركيبية

مفهوم أساسي

- الخطوة 1:** اكتب معاملات المقسوم بعد ترتيب حدوده تنازلياً بحسب درجتها. تأكد من أن المقسوم عليه على الصورة $X - r$ ، ثم اكتب الثابت r في الصندوق، وكتب المعامل الأول أسفل الخط الأفقي.
- الخطوة 2:** اضرب المعامل الأول في r ، وكتب الناتج أسفل المعامل الثاني.
- الخطوة 3:** اجمع ناتج الضرب مع المعامل الثاني.
- الخطوة 4:** كرر الخطوتين 3، 2 حتى تصل إلى ناتج جمع العددين في العمود الأخير. الأعداد في الصف الأخير تمثل معاملات ناتج القسمة، ودرجة الحد الأول أقل بواحد من درجة المقسوم، والعدد الأخير هو الباقي.

استعمل القسمة التركيبية: $(2x^3 + 3x^2 - 4x + 15) \div (x - 3)$

مثال 1

استعمل القسمة التركيبية: $(3x^3 - 8x^2 + 11x - 14) \div (x - 2)$

تأكد 1

استعمل القسمة التركيبية: $(4a^4 + 2a^2 - 4a + 12) \div (a + 2)$

مثال 2

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

استعمل القسمة التركيبية: $(6b^4 - 8b^3 + 12b - 14) \div (b - 2)$

تأكد 2

استعمل القسمة التركيبية: $(8x^4 - 4x^2 + x + 4) \div (2x + 1)$

مثال 3

استعمل القسمة التركيبية: $(8y^5 - 2y^4 - 16y^2 + 4) \div (4y - 1)$ (1)

تأكد 3

 $(15b^3 + 8b^2 - 21b + 6) \div (5b - 4)$ (2)

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع / كثيرات الحدود

كثيرة الحدود بمتغير واحد هي عبارة جبرية على الصورة
 $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ حيث $a_0, a_1, \dots, a_n$ أعداد حقيقية
 $a_n \neq 0$ ، n عدد صحيح غير سالب. وتكون كثيرة الحدود مكتوبة بالصيغة القياسية إذا كانت أسس
المتغير في حدودها مرتبة ترتيباً تنازلياً، ودرجة كثيرة الحدود هي أس المتغير ذي أكبر أس فيها،
ويسمى معامل الحد الأول في كثيرة الحدود المكتوبة بالصيغة القياسية المعامل الرئيس

مثال 1

حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكل كثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة
حدود بمتغير واحد فأذكر السبب:

$$(1) \quad 5x^3 - 4x^2 - 8x + \frac{4}{x}$$

$$(2) \quad 5x^6 - 3x^4 + 12x^3 - 14$$

$$(3) \quad 8x^4 - 2x^3 - x^6 + 3$$

تأكد 1

حدد الدرجة والمعامل الرئيس لكثيرة حدود بمتغير واحد فيما يأتي، وإذا لم تكن كثيرة
حدود بمتغير واحد فأذكر السبب:

$$(1) \quad 11x^6 - 5x^5 + 4x^2$$

$$(2) \quad x^2 + x - \sqrt{x}$$

$$(3) \quad 3x^5 + 2x^2 + x^{-3}$$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

ملحوظة : دالة كثيرة الحدود هي دالة متصلة يمكن وصفها بمعادلة كثيرة حدود بمتغير واحد فمثلاً $f(x) = 3x^3 - 4x + 6$ دالة كثيرة حدود تكعيبية . وتكتب أبسط دوال كثيرات الحدود على الصورة $f(x) = ax^b$ حيث a عدد حقيقي لا يساوي الصفر ، b عدد صحيح غير سالب ، وتسمى عندئذ دوال القوة . إذا علمت عنصراً في مجال دالة كثيرة حدود، تستطيع معرفة القيمة المقابلة له في المدى .

مثال 2 إذا كانت $W(x) = -2x^3 + 3x - 12$ فأوجد $w(-2)$

تأكد 2 إذا كانت $f(x) = -x^4 + 2x - 5$ فأوجد $f(3)$

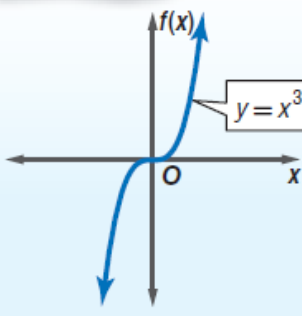
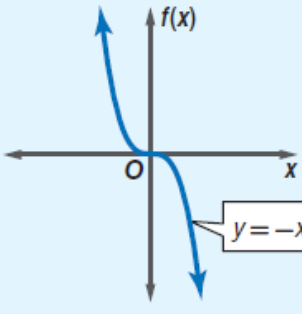
مثال 3 إذا كانت $g(x) = x^2 - 5x + 8$ فأوجد $g(5a - 2) + 3g(2a)$

تأكد 3 إذا كانت $h(x) = 2x^2 + 5x + 3$ ، فأوجد $h(-4d) - 0.5h(d)$.

إن التمثيل البياني لدالة كثيرة حدود يظهر أكبر عدد من المرات التي قد يقطع فيها هذا التمثيل المحور x وهذا العدد يمثل درجة كثيرة الحدود .

مجال دالة كثيرة الحدود هو مجموعة الأعداد الحقيقية

وسلوك طرف التمثيل البياني هو سلوك تمثيل $f(x)$ البياني عندما تقترب x من المالانهاية $(x \rightarrow +\infty)$ أو سالب المالانهاية $(x \rightarrow -\infty)$ ويحدد كل من درجة دالة كثيرة الحدود والمعامل الرئيس.

أضف إلى مطوبتك	سلوك طرفي التمثيل البياني لدالة كثيرة الحدود	مفهوم أساسي
	الدرجة : فردية المعامل الرئيس : موجب المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية. المدى : مجموعة الأعداد الحقيقية. سلوك طرفي التمثيل البياني : عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$ $f(x) \rightarrow +\infty$	الدرجة : زوجية المعامل الرئيس : موجب المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية. المدى : مجموعة الأعداد الحقيقية الأكبر من أو التي تساوي القيمة الصغرى . سلوك طرفي التمثيل البياني : عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow +\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$ $f(x) \rightarrow +\infty$
	الدرجة : فردية المعامل الرئيس : سالب المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية المدى : مجموعة الأعداد الحقيقية سلوك طرفي التمثيل البياني : عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow +\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$ $f(x) \rightarrow -\infty$	الدرجة : زوجية المعامل الرئيس : سالب المجال : مجموعة الأعداد الحقيقية المدى : مجموعة الأعداد الحقيقية الأقل من أو التي تساوي القيمة العظمى. سلوك طرفي التمثيل البياني : عندما $x \rightarrow -\infty$ $f(x) \rightarrow -\infty$ عندما $x \rightarrow +\infty$ $f(x) \rightarrow -\infty$

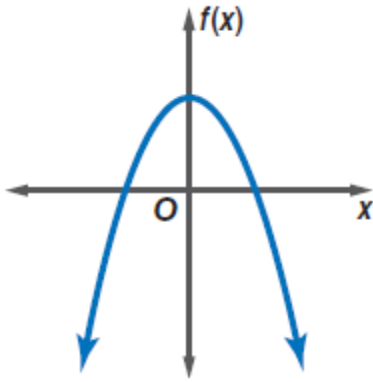
مفهوم أساسي : أصفار الدوال الفردية والزوجية الدرجة

يكون للدوال الفردية الدرجة عدد فردي من الأصفار المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية ، ويكون للدوال الزوجية الدرجة عدد زوجي من الأصفار أو لا يكون لها أصفار تنتمي لمجموعة الأعداد الحقيقية

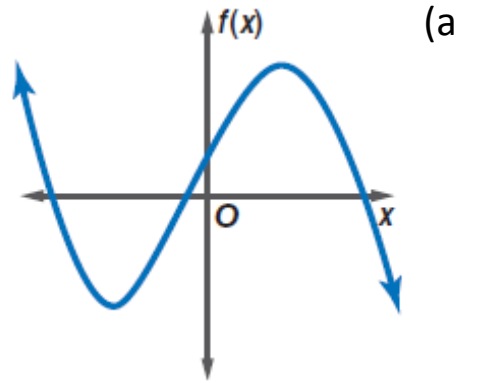
مثال 4 أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيل البياني:

(1) صف سلوك طرفي التمثيل البياني (2) حدد إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية .

(3) أذكر عدد أصفار الدالة المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية .



(b)

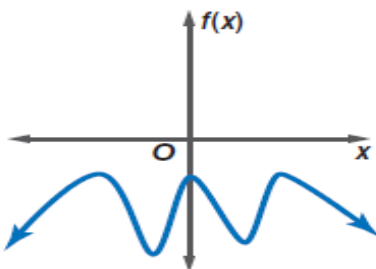


(a)

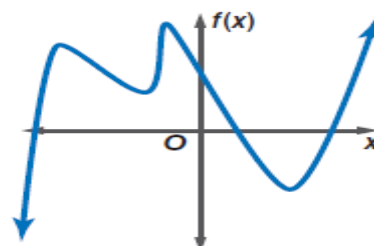
تأكد 4 أجب عن الأسئلة الآتية لكل من التمثيل البياني:

(1) صف سلوك طرفي التمثيل البياني (2) حدد إذا كانت درجة دالة كثيرة الحدود فردية أم زوجية .

(3) أذكر عدد أصفار الدالة المنتمية لمجموعة الأعداد الحقيقية .



(b)



(a)

المفردات

كثيرة حدود أولية (prime polynomial) الصورة التربيعية (quadratic form)

أضف إلى مطوبتك	مفهوم أساسي مجموع مكعبين والفرق بينهما
طريقة التحليل	الحالة العامة
مجموع مكعبين	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
الفرق بين مكعبين	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

ملحوظة: تسمى كثيرة الحدود التي لا يمكن تحليلها كثيرة حدود أولية.

مثال 1 حل كثيرة الحدود التالية ، وإذا لم يكن ذلك ممكناً ، فاكتب كثيرة حدود أولية :

$$5y^4 - 320yz^3$$

تأكد 1

حل كثيرة الحدود التالية ، وإذا لم يكن ذلك ممكناً ، فاكتب كثيرة حدود أولية :

$$-54w^4 - 250wz^3$$

ملخص المفهوم		
طرائق التحليل		
عدد الحدود	طريقة التحليل	الحالة العامة
أي عدد	إخراج العامل المشترك الأكبر	$4a^3b^2 - 8ab = 4ab(a^2b - 2)$
حدان	الفرق بين مربعين مجموع مكعبين الفرق بين مكعبين	$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
ثلاثة حدود	ثلاثية حدود المربع الكامل	$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$
	ثلاثية الحدود بالصورة العامة	$acx^2 + (ad + bc)x + bd = (ax + b)(cx + d)$
أربعة حدود أو أكثر	تجميع الحدود	$ax + bx + ay + by = x(a + b) + y(a + b)$ $= (a + b)(x + y)$

حل كثيرة الحدود التالية ، وإذا لم يكن ذلك ممكناً ، فاكتب كثيرة حدود أولية :

مثال 2

$$30ax - 24bx + 6cx - 5ay^2 + 4by^2 - cy$$

حل كثيرة الحدود التالية ، وإذا لم يكن ذلك ممكناً ، فاكتب كثيرة حدود أولية :

تأكد 2

$$13ax + 18bz - 15by - 14az - 32bx + 9ay$$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 3

حل كثيرة الحدود التالية ، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا ، فاكتب كثيرة حدود أولية :

$$a^6 + b^6$$

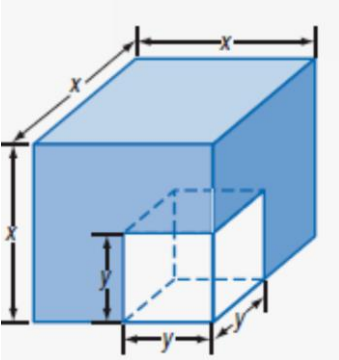
تأكد 3

حل كثيرة الحدود التالية ، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا ، فاكتب كثيرة حدود أولية :

$$x^5 + 4x^4 + x^2y^3 + 4xy^3 + 4y^3$$

مثال 4

إذا كان طول ضلع المكعب الصغير ثلث طول ضلع المكعب الكبير ، وحجم الجزء المتبقي 3250cm^3 فأوجد بعدي المكعبين .



أضف إلى

مطوبتك

الصورة التربيعية

مفهوم أساسي



التعبير اللفظي: الصورة التربيعية لكثيرة الحدود هي: $au^2 + bu + c$, $a \neq 0$, a, b, c أعداد حقيقية، ويمكن أن نكتب بعض كثيرات الحدود التي تتضمن المتغير x على هذه الصورة، وذلك بعد تعريف u بدلالة x .

$$12x^6 + 8x^3 + 1 = 3(2x^3)^2 + 4(2x^3) + 1$$

مثال:

اكتب العبارتين الآتيتين على الصورة التربيعية إذا أمكن ذلك.

مثال 1

$$(1) \quad x^4 + 5x + 6$$

.....

.....

$$(2) \quad 8x^4 + 12x^2 + 18$$

.....

.....

.....

اكتب العبارتين الآتيتين على الصورة التربيعية إذا أمكن ذلك.

تأكد 1

$$(1) \quad 4x^6 - 2x^3 + 8$$

.....

.....

.....

.....

$$(2) \quad 25y^6 - 5y^2 + 20$$

.....

.....

.....

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 2

حل معادلة كثيرات الحدود باستعمال الصورة التربيعية: $4x^4 - 8x^2 + 3 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تأكد 2

حل كل معادلة مما يأتي: (1) $x^4 - 19x^2 + 48 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

(2) $x^3 + 27 = 0$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المفردات

نظرية الباقي (Remainder theorem) نظرية العوامل (factor Theorem)

التعويض التركيبي (synthetic substitution)

مفهوم أساسي **نظرية الباقي** **أضف إلى مطوبتك**

التعبير اللفظي إذا قسمت كثيرة حدود $P(x)$ على $x - r$ ، فإن الباقي ثابت ويساوي $P(r)$ ، وكذلك :

الباقي	+	المقسوم عليه	•	ناتج القسمة	=	المقسوم
$P(r)$	+	$(x - r)$	•	$Q(x)$	=	$P(x)$

حيث $Q(x)$ دالة كثيرة حدود تقل درجتها بواحد عن درجة $P(x)$.

مثال

$$x^2 + 6x + 2 = (x - 4) \cdot (x + 10) + 42$$
مثال 1 إذا كان $f(x) = 3x^3 - 6x^2 + x - 11$ ، فأوجد $f(3)$ مستعملاً التعويض التركيبي.

مثال 1

تأكد 1 إذا كان $g(x) = 4x^5 + 2x^3 + x^2 - 1$ ، فأوجد $g(-1)$ مستعملاً التعويض التركيبي.

تأكد 1

الموضوع / التاريخ : / / 143 هـ

أضف إلى

مطوبتك

نظرية العوامل

مفهوم أساسي

تكون ثنائية الحد $x - r$ عاملاً من عوامل كثيرة الحدود $P(x)$ إذا وفقط إذا كان $P(r) = 0$.

مثال 3

بين أن $x - 2$ عامل من عوامل كثيرة الحدود: $x^3 - 7x^2 + 4x + 12$ ، ثم أوجد عواملها الأخرى مستعملاً نظرية العوامل .

تأكد 3

بين أن $x + 1$ عامل من عوامل كثيرة الحدود: $x^3 + x^2 - 16x - 16$ ، ثم أوجد عواملها الأخرى مستعملاً نظرية العوامل .

المفردات

النظرية الأساسية في الجبر (fundamental theorem of algebra)

ملخص المفهوم

الأصفار، والعوامل، والجذور، والمقاطع

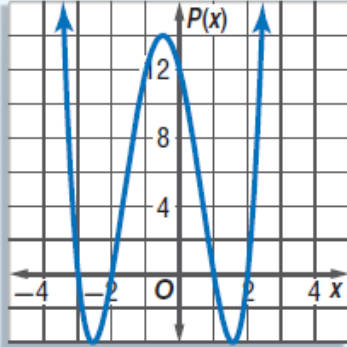
أضف إلى

مطويتك

التعبير اللفظي إذا كانت $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ دالة كثيرة حدود، فإن العبارات الآتية متكافئة:

- C صفر للدالة $P(x)$.
- C جذر أو حل للمعادلة $P(x) = 0$.
- C عامل من عوامل كثيرة الحدود $a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$.
- إذا كان C عددًا حقيقيًا، فإن $(C, 0)$ هو المقطع x لتمثيل الدالة $P(x)$.

مثال افترض أن دالة كثيرة الحدود هي: $P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$.



فإن أصفار هذه الدالة هي: $-3, -2, 1, 2$

وجذور المعادلة $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12 = 0$

هي: $-3, -2, 1, 2$

عوامل كثيرة الحدود $x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$

هي: $(x + 3), (x + 2), (x - 1), (x - 2)$

ومقاطع x للتمثيل البياني للدالة

$$P(x) = x^4 + 2x^3 - 7x^2 - 8x + 12$$

هي: $(-3, 0), (-2, 0), (1, 0), (2, 0)$.

مفهوم أساسي

النظرية الأساسية في الجبر

أضف إلى

مطويتك

كل معادلة كثيرة حدود درجتها أكبر من صفر لها جذر واحد على الأقل ينتمي لمجموعة الأعداد المركبة.

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 1

حل كل معادلة مما يأتي ، واذكر عدد جذورها وأنواعها :

$$(1) \quad x^3 + 2x = 0$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$(2) \quad x^3 + 4x^2 - 7x - 10 = 0$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

حل المعادلة ، واذكر عدد جذورها وأنواعها : $x^4 - 16 = 0$

تأكد 1

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

أضف إلى

مطوبتك

نتيجة للنظرية الأساسية في الجبر

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: يكون لمعادلة كثيرة الحدود من الدرجة n العدد n فقط من الجذور المنتمية لمجموعة الأعداد المركبة بما في ذلك الجذور المكررة.

مثال: $x^3 + 2x^2 + 6$ 3 جذور $4x^4 - 3x^3 + 5x - 6$ 4 جذور $-2x^5 - 3x^2 + 8$ 5 جذور

أضف إلى

مطوبتك

قانون ديكارت للإشارات

مفهوم أساسي

إذا كانت $P(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ دالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية، فإن:

- عدد الأصفار الحقيقية الموجبة للدالة $P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة $P(x)$ ، أو أقل منه بعدد زوجي.
- عدد الأصفار الحقيقية السالبة للدالة $P(x)$ يساوي عدد مرات تغير إشارة معاملات حدود الدالة $P(-x)$ ، أو أقل منه بعدد زوجي.

أذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية للدالة:

مثال 2

$$h(x) = 2x^5 + x^4 + 3x^3 - 4x^2 - x + 9.$$

أذكر العدد الممكن للأصفار الحقيقية الموجبة، والحقيقية السالبة، والتخيلية للدالة:

تأكد 2

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + 2x - 6$$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مفهوم أساسي : نظرية الأعداد المركبة المترافقة

التعبير اللفظي : إذا كان a, b عددين حقيقيين حيث $b \neq 0$ ، وكان $a + bi$ صفراً لدالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد حقيقية فإن $a - bi$ صفراً للدالة أيضاً

مثال 4

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن ومعاملات حدودها أعداد صحيحة ، إذا كان العددين $1 + 2i$, -1 من أصفارها .

تأكد 4

اكتب دالة كثيرة حدود درجتها أقل ما يمكن ومعاملات حدودها أعداد صحيحة ، إذا كان

العددين $6, -1$, 4 من أصفارها .

المفردات

نظرية الصفر النسبي (Rational Zero Theorem)

مفهوم أساسي **نظرية الصفر النسبي** **أضف إلى مطوبتك**

التعبير اللفظي: إذا كانت $P(x)$ دالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد صحيحة، فإن أي صفر نسبي للدالة، $P(x)$ سيكون على صورة العدد النسبي $\frac{p}{q}$ في أبسط صورة، حيث p أحد عوامل الحد الثابت، q أحد عوامل المعامل الرئيس.

مثال: لتكن $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 17x + 12$ ، فإذا كان العدد النسبي $\frac{3}{2}$ صفر للدالة $f(x)$ فإن 3 أحد عوامل العدد 12، و 2 أحد عوامل العدد 2.

نتيجة نظرية الصفر النسبي

إذا كانت $P(x)$ دالة كثيرة حدود معاملات حدودها أعداد صحيحة، والمعامل الرئيس لها 1، وحدها الثابت لا يساوي صفراً، فإن أي صفر نسبي للدالة $P(x)$ يجب أن يكون أحد عوامل الحد الثابت.

اكتب جميع الأعداد النسبية التي تحدها نظرية الصفر النسبي للدالة :

مثال 1

$$g(x) = 3x^3 - 4x + 10$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

اكتب جميع الأعداد النسبية التي تحدها نظرية الصفر النسبي للدالة :

تأكد 1

$$h(x) = x^3 + 11x^2 + 24$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

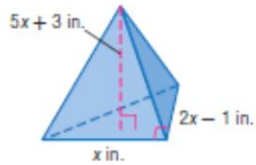
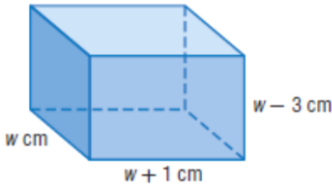
التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

ملاحظة : عندما تكتب جميع الأعداد النسبية ، يمكنك اختبار كل عدد باستعمال التعويض التركيبي ، واستعمال الطرائق الأخرى التي تعلمتها لإيجاد أصفار الدالة

مثال 2

هندسة : منشور متوازي مستطيلات حجمة 1056cm^3 ، ويزيد طولة بقدار 1cm على عرضه ، ويقل ارتفاعه بمقدار 3cm عن عرضه ، اوجد أبعاده .



تأكد 2 إذا كان حجم الهرم الثلاثي المجاور 210 in^3 ، فأوجد أبعاده .

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 3

أوجد جميع الأصفار للدالة : $h(x) = 9x^4 + 5x^2 - 4$

تأكد 2

أوجد جميع الأصفار للدالة : $h(x) = 2x^4 - 5x^3 + 20x^2 - 45x + 18$

الفصل الرابع

العلاقات والدوال العكسية والجذرية

(Inverses and Radical Functions and Relations)

المفردات

تركيب دالتين composition of functions

أضف إلى مطوبتك	مفهوم أساسي	العمليات على الدوال
مثال	التعريف	العملية
تكن $f(x) = 2x, g(x) = -x + 5$		
$2x + (-x + 5) = x + 5$	$(f + g)(x) = f(x) + g(x)$	الجمع
$2x - (-x + 5) = 3x - 5$	$(f - g)(x) = f(x) - g(x)$	الطرح
$2x(-x + 5) = -2x^2 + 10x$	$(f \cdot g)(x) = f(x) \cdot g(x)$	الضرب
$\frac{2x}{-x + 5}, x \neq 5$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}, g(x) \neq 0$	القسمة

مثال 1

إذا كان $g(x) = 3x - 2$ ، $f(x) = x^2 + 5x - 2$ ، فأوجد كل دالة فيما يأتي :(A) $(f + g)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

(B) $(f - g)(x)$

.....

.....

.....

.....

.....

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

تأكد 1

إذا كان $g(x) = x - 1$ ، $f(x) = 5x - 2$ ، فأوجد كل دالة فيما يأتي :

$$(f + g)(x) \text{ (A)}$$

$$(f - g)(x) \text{ (B)}$$

مثال 2

إذا كان $g(x) = 3x - 4$ ، $f(x) = x^2 + 7x + 12$ ، فأوجد كل دالة مما يأتي :

$$(f \cdot g)(x) \text{ (A)}$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)(x) \text{ (B)}$$

تأكد 2 إذا كان $g(x) = x - 1$ ، $f(x) = 5x - 2$ ، فأوجد كل دالة فيما يأتي :

(A) $(f \circ g)(x)$

(B) $\left(\frac{f}{g}\right)(x)$

تركيب دالتين: هي إحدى الطرق التي تستعمل لدمج دالتين . وعند تركيب دالتين فإن نواتج دالة منهما تستعمل لحساب نواتج الدالة الأخرى.

أضف إلى
مطوبتك

مفهوم أساسي

تركيب دالتين

التعبير اللفظي

إذا كانت f و g دالتين وكان مدى g مجموعة جزئية من مجال f . فإنه يمكن إيجاد دالة التركيب $f \circ g$ بالشكل:

$$[f \circ g](x) = f[g(x)]$$

النموذج

مجال g

x

مدى g
مجال f

g(x)

مدى f

f[g(x)]

$[f \circ g](x)$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 3

أوجد $[f \circ g](x)$ ، $[g \circ f](x)$ لما يأتي إذا كان ممكناً :

$$g(x) = \{(4, 3), (2, -1), (9, 4), (3, 10)\}$$

$$f(x) = \{(4, 3), (2, -1), (9, 4), (3, 10)\}$$

تأكد 3

أوجد $[f \circ g](x)$ ، $[g \circ f](x)$ لما يأتي إذا كان ممكناً :

$$g(x) = \{(4, -4), (-2, -1), (-4, 0), (-6, -5)\}$$

$$f(x) = \{(-8, -4), (0, 4), (2, 6), (-6, -2)\}$$

مثال 4

يقدم محل أجهزة كهربائية عرضين معاً على جهاز كهربائي هما : خصم 35 ريال ،

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

وتخفيض نسبته 15% ، فإذا كان سعر الجهاز الأصلي 300 ريال ، فأيهما يعطي سعراً أقل : تطبيق التخفيض قبل الخصم أم بعده ؟

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

تأكد 4

تأكد 4 يُقَطَّع ما نسبته 8% من راتب موظف للادخار . ويستطيع الموظف أن يختار بحيث يكون الاقتطاع قبل تسديده قسط آخر قيمته 17.5% من الراتب ، أو بعده . فإذا كان راتب الموظف قبل الاقتطاع وتسديد القسط 9500 ريال ، فهل يكون ادخاره أكثر إذا كان الاقتطاع قبل تسديد القسط أم بعده ؟ وضح إجابتك .

المفردات

الدالة العكسية inverse function

العلاقة العكسية inverse relation

العلاقة : هي مجموعة من الأزواج المرتبة .

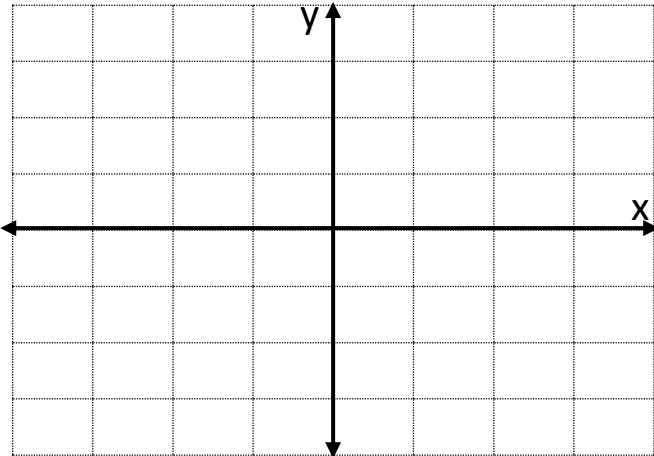
العلاقة العكسية : هي مجموعة من الأزواج المرتبة ، يمكن الحصول عليها عن طريق تبديل إحداثيات كل زوج مرتب للعلاقة الأصلية ، فيصبح مجال العلاقة العكسية هو مدى العلاقة الأصلية ويصبح مدى العلاقة العكسية هو مجال العلاقة الأصلية .

العلاقة العكسية

التعبير اللفظي : تكون كل من العلاقتين عكسية الأخرى إذا وفقط إذا كل زوج مرتب في إحداها

(a , b) ، يناظره في الأخرى الزوج المرتب (b , a) .

مثال 1 إذا كانت الأزواج المرتبة للعلاقة (-6 ، -3) ، (-8 ، -6) ، (-8 ، -3) ، تمثل إحداثيات رؤوس مثلث قائم . فأوجد العلاقة العكسية لها ، وصف تمثيلها البياني .



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تأكد 1

أوجد العلاقة العكسية للعلاقة (8 ، -5) ، (1 ، -3) ، (-9 ، 10)

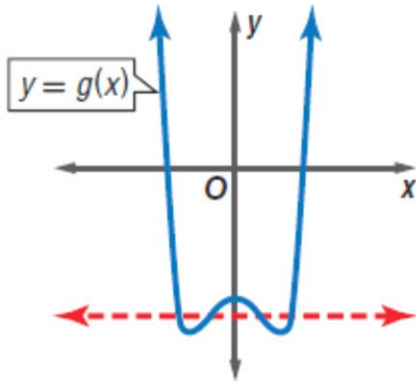
ملحوظة: إن ما ينطبق على الأزواج المرتبة في العلاقة و العلاقة العكسية ينطبق أيضاً على الدالة والدالة العكسية . ويرمز إلى الدالة العكسية للدالة $f(x)$ بالرمز $f^{-1}(x)$.

خواص الدالة العكسية

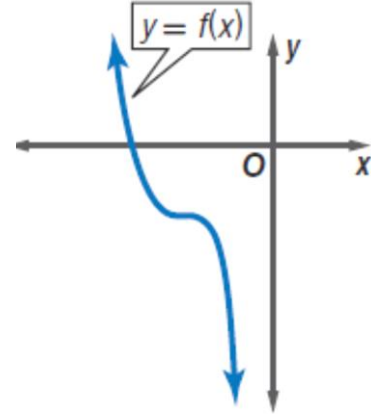
التعبير اللفظي : إذا كان كل من f^{-1} ، f دالة عكسية للأخرى ، فإن $f(a) = b$ إذا وفقط إذا كان

$$f^{-1}(b) = a$$

ملحوظة: إذا كان معكوس دالة يمثل دالة أيضاً ، فإن الدالة الأصلية تكون دالة واحد لواحد . يمكن استعمال اختبار الخط الراسي لمعرفة إذا كانت العلاقة تمثل دالة أم لا . وبالمثل يمكن اختبار الخط الأفقي لتحديد إذا كان معكوس دالة يمثل دالة أم لا .



يمكن رسم مستقيم أفقي يقطع منحنى الدالة في أكثر من نقطة . لذا لا يكون معكوسها دالة



لا يمكن رسم مستقيم أفقي يقطع منحنى الدالة في أكثر من نقطة . لذا يكون معكوسها دالة

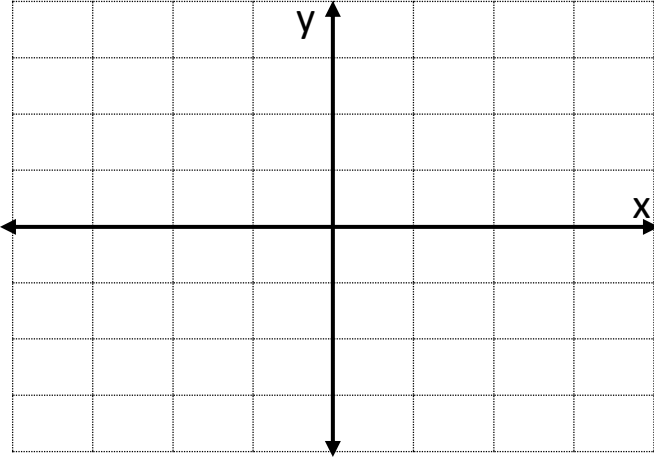
يمكن إيجاد الدالة العكسية لدالة بتبديل مجال الدالة ومداها

مثال 2

أوجد معكوس كل من الدالتين الآتيتين ، ثم مثل الدالة ومعكوسها بيانياً على مستوى

إحداثي واحد

$$f(x) = \frac{x-3}{5} \quad (A)$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

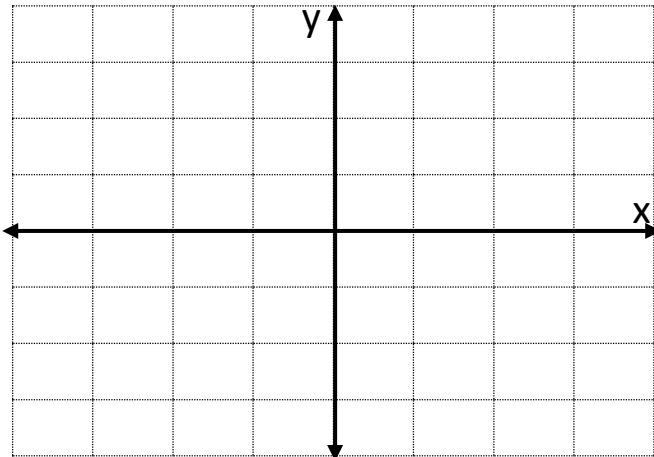
.....

.....

.....

.....

$$f(x) = 3x^2 \quad (B)$$



.....

.....

.....

.....

.....

.....

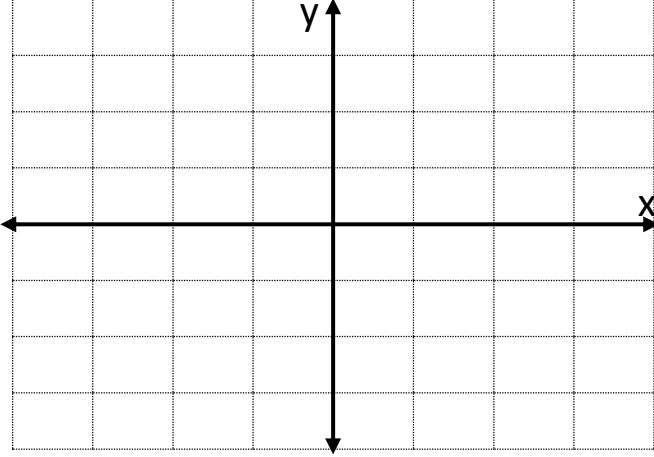
.....

.....

.....

تأكد 2

واحد ؟

أوجد معكوس الدالة $g(x) = 4x - 6$ ثم مثل الدالة ومعكوسها على مستوى إحداثي

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

التأكد من الدالة العكسية

التعبير اللفظي : تكون كلا من الدالتين g ، f دالة عكسية للأخرى إذا وفقط إذا كان تركيب كل منهما مع الأخرى يساوي الدالة المحايدة .

الرموز : الدالتان $g(x)$ ، $f(x)$ تمثل كل منهما دالة عكسية للأخرى إذا وفقط إذا كان

$$[g \circ f](x) = x \text{ و } [f \circ g](x) = x$$

ملحوظة : الدالة المحايدة يرمز لها $I(x) = x$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 3

حدد إذا كانت كل من الدالتين الآتيتين عكسية للأخرى وضح إجابتك :

$$f(x) = 3x - 3 , g(x) = \frac{1}{3}x + 4$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تأكد 3

حدد إذا كانت كل من الدالتين الآتيتين عكسية للأخرى وضح إجابتك :

$$f(x) = x - 7 , g(x) = x + 7$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المفردات

دالة الجذر التربيعي (Square Root function)

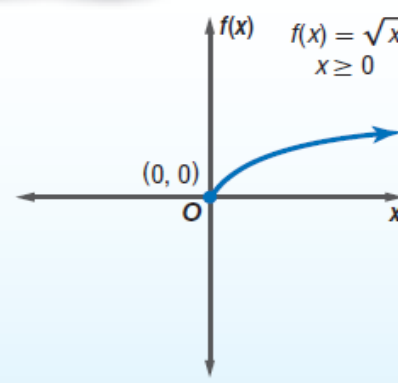
الدالة الجذرية (radical function) متباينة الجذر التربيعي (Square Root Inequalities)

دوال الجذر التربيعي : إذا احتوت دالة على الجذر التربيعي لمتغير ، تسمى دالة الجذر التربيعي . وهي نوع من انواع الدالة الجذرية .

أضف إلى
مطوبتك

الدالة الرئيسية (الأم) لدوال الجذر التربيعي

مفهوم أساسي



$f(x) = \sqrt{x}$
 $x \geq 0$

الدالة الرئيسية (الأم) : $f(x) = \sqrt{x}$

المجال : $\{x | x \geq 0\}$

المدى : $\{f(x) | f(x) \geq 0\}$

المقطع X والمقطع Y : $x = 0, f(x) = 0$

غير معرفة عندما : $x < 0$

سلوك الدالة عند طرفيها : $x \rightarrow 0, f(x) \rightarrow 0$
 $x \rightarrow +\infty, f(x) \rightarrow +\infty$

مجال دالة الجذر التربيعي محدد بالقيم التي تكون عندها الدالة معرفة .

عين كلا من المجال والمدى للدالة :

مثال 1

$$(1) \quad f(x) = \sqrt{x-3}$$

الموضوع / التاريخ : / / 143 هـ

تأكد 1

عين المجال والمدى للدالة:

$$f(x) = \sqrt{x+6} + 2 \quad (2)$$

أضف إلى

طوبى لك

مفهوم أساسي

تحويلات دوال الجذر التربيعي

$$f(x) = a\sqrt{x - h} + k$$

k : إزاحة رأسية

ازاحة بمقدار $|k|$ وحدة إلى الأعلى، إذا كانت k موجبة.

ازاحة بمقدار $|k|$ وحدة إلى الأسفل، إذا كانت k سالبة.

المدى هو $\{f(x) \mid f(x) \geq k\}$.

h : إزاحة أفقية

إزاحة بمقدار $|h|$ وحدة يميناً، إذا كانت h موجبة.

إزاحة بمقدار $|h|$ وحدة يساراً، إذا كانت h سالبة.

المجال هو $\{x \mid x \geq h\}$.

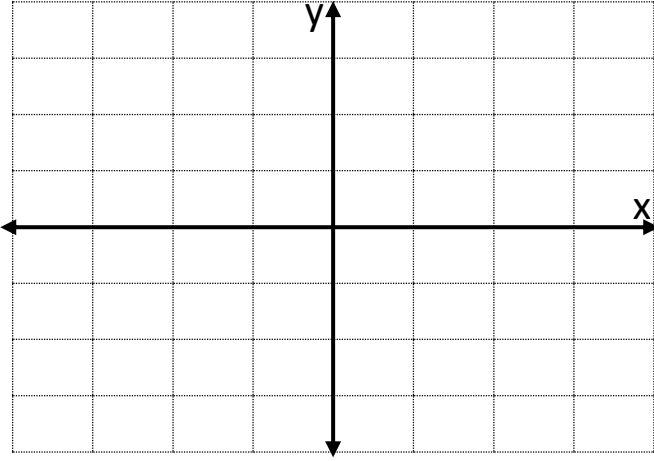
a : الشكل والاتجاه

- إذا كانت $a < 0$ ، فإن التمثيل البياني ينعكس حول المحور X .
- إذا كانت $|a| > 1$ ، فإن التمثيل البياني يتسع رأسياً.
- إذا كانت $0 < |a| < 1$ ، فإن التمثيل البياني يضيق رأسياً.

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 2

مثل بيانياً الدالة $f(x) = 2\sqrt{x+4}$ وحدد مجاها ومداها :

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

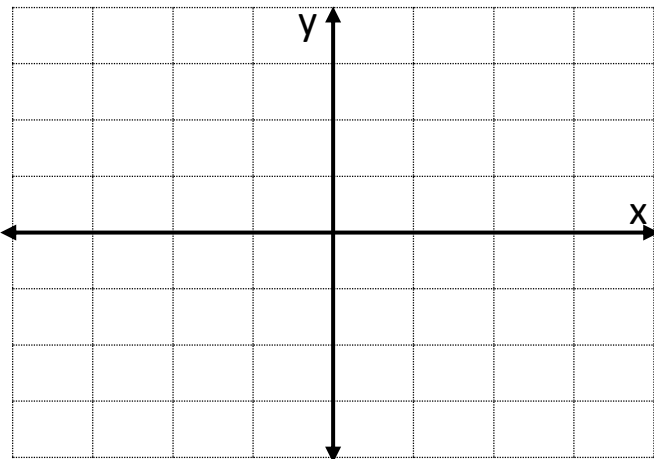
.....

.....

.....

مثل بيانياً الدالة $f(x) = \sqrt{x-5} + 3$ وحدد مجاها ومداها :

تأكد 2



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 3

الصوت : يمكن تحديد تردد اهتزازات وتر مشدود باستعمال الدالة : $f = 200 \sqrt{t}$ ، حيث f تمثل عدد الاهتزازات في الثانية ، t قوة الشد مقيسة بالرطل . مثل هذه الدالة بيانها في الفترة $0 \leq t \leq 10$ ، ثم أوجد التردد عندما تكون قوة الشد 3 أرطال .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

تأكد 3

يمكن تمثيل سرعة موجات تسونامي باستعمال المعادلة : $v = 356\sqrt{d}$ ، حيث v تمثل السرعة بالكيلومترات لكل ساعة ، و d متوسط عمق الماء بالكيلومترات . إذا كانت سرعة الموجة 145 km/h ، فما متوسط عمق الماء ؟ قرب إجابتك إلى أقرب جزء من مئة من الكيلومتر .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

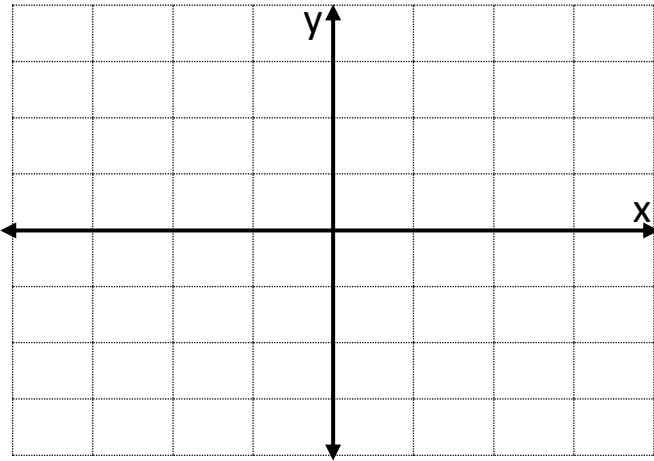
.....

.....

متباينة الجذر التربيعي : هي متباينة تحتوي الجذر التربيعي . ويمكن تمثيلها بيانياً تماماً مثل طريقة تمثيل المتباينات الأخرى .

مثل المتباينة الآتية بيانياً : $f(x) \geq \sqrt{2x+1}$

مثال 4



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

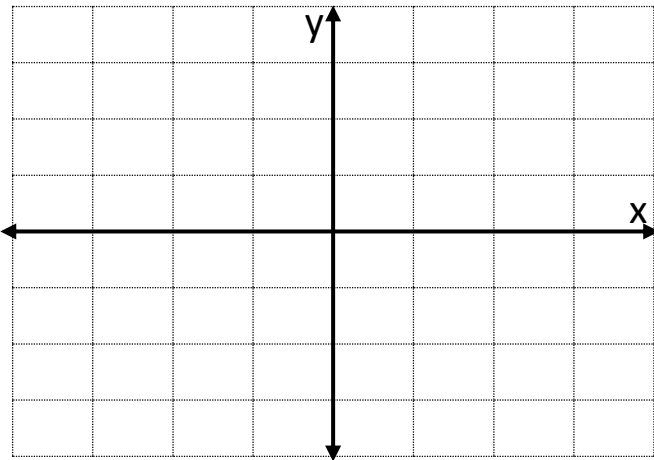
.....

.....

.....

مثل المتباينة الآتية بيانياً : $f(x) < -\sqrt{x+2} - 4$

تأكد 4



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

المفردات

الجذر النوني (nth root) رمز الجذر (radical sign) الدليل (index)

ما تحت الجذر (radicand) الجذر النوني (principal root)

تبسيط الجذور: يعد إيجاد الجذر التربيعي لعدد عملية عكسية لتربيعة . فلإيجاد الجذر التربيعي للعدد a ، يجب أن نجد العدد الذي مربعه يساوي a . وبالمثل فإن العملية العكسية لرفع عدد (n) هي إيجاد الجذر النوني للعدد .

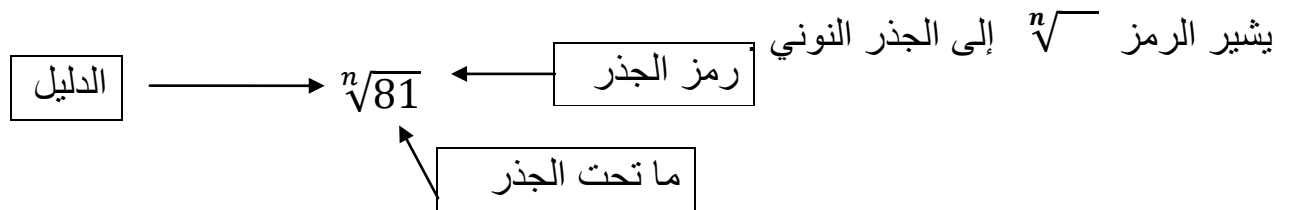
القوى	العوامل	التعبير اللفظي	الجذور
$x^3 = 64$	$4 \cdot 4 \cdot 4 = 64$	4 هو الجذر التكعيبي للعدد 64	$\sqrt[3]{64} = 4$
$x^4 = 625$	$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$	5 هو الجذر الرابع للعدد 625	$\sqrt[4]{625} = 5$
$x^5 = 32$	$2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 32$	2 هو الجذر الخامس للعدد 32	$\sqrt[5]{32} = 2$
$a^n = b$	$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ مرة}} = b$	a هو الجذر النوني للعدد b	$\sqrt[n]{b} = a$

مفهوم أساسي **تعريف الجذر النوني**

أضف إلى مطوبتك

التعبير اللفظي: لأي عددين حقيقيين a, b ، ولأي عدد صحيح موجب n ، إذا كان $a^n = b$ ، فإن a هو جذر نوني للعدد b .

مثال: بما أن $81 = (-3)^4$ ، فإن -3 هو جذر رابع للعدد 81 ، والعدد 3 يُسمى الجذر الرئيس.



مفهوم أساسي **الجذر النوني الحقيقي**

أضف إلى مطوبتك

ليكن n عدداً صحيحاً أكبر من 1 ، و a عدداً حقيقياً .

a	n عدد زوجي	n عدد فردي
$a > 0$	هناك جذر حقيقي موجب وحيد، وجذر حقيقي سالب وحيد: $\pm \sqrt[n]{a}$ ؛ الجذر الموجب هو الجذر الرئيس	هناك جذر حقيقي موجب وحيد، وليس هناك جذر حقيقي سالب: $\sqrt[n]{a}$.
$a < 0$	ليس هناك جذور حقيقية.	ليس هناك جذور حقيقية موجبة. وهناك فقط جذر حقيقي سالب وحيد: $\sqrt[n]{a}$
$a = 0$	هناك فقط جذر حقيقي: $\sqrt[n]{0} = 0$	هناك فقط جذر حقيقي: $\sqrt[n]{0} = 0$

الموضوع / التاريخ : / / 143 هـ

مثال 1

بسّط كلا مما يأتي :

(1) $\sqrt[3]{8x^6}$

.....

.....

(2) $-\sqrt{(y+7)^{16}}$

.....

.....

تأكد 1

بسّط كلا مما يأتي :

(1) $\pm\sqrt{100y^8}$

.....

.....

(2) $\sqrt[3]{-125}$

.....

.....

ملاحظة: إذا كان دليل الجذر عدداً زوجياً و أس ما تحت الجذر عدداً زوجياً ، وكان أس الناتج عدداً فردياً ، يجب أن تجد القيمة المطلقة للناتج لتأكد من أن الجواب ليس عدد سالب.

مثال 2

بسّط كلا مما يأتي :

(1) $\sqrt{36y^6}$

.....

(2) $\sqrt[4]{16(x-3)^{12}}$

.....

.....

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

تأكد 2 بسط كلاً مما يأتي :

$$(1) \sqrt{49u^8v^{12}}$$

$$(2) \sqrt[4]{16g^{16}h^{24}}$$

تقريب الجذور باستعمال الحاسبة : تذكر أن الاعداد الحقيقية التي لا يمكن كتابتها كأعداد عشرية منتهية أودورية تسمى أعداداً غير نسبية . وغالباً ما يستعمل تقريب الاعداد غير النسبية في مسائل من واقع الحياة .

مثال 3 يمكن إيجاد مساحة سطح كرة إذا علم حجمها ، باستعمال القانون $s = \sqrt[3]{36\pi v^2}$ حيث v تمثل حجم الكرة . أوجد مساحة سطح كرة حجمها 200 in^3 .

تأكد 3 إذا كانت مساحة سطح كرة تساوي 214.5 in^2 فأوجد حجم الكرة .

المفردات

إنطاق المقام (Rationalizing the denominator)

الجزور المتشابهة (like radical expressions) المرافق (conjugate)

مفهوم اساسي **خاصية ضرب الجذور**

التعبير اللفظي: لأي عددين حقيقيين a, b ولأي عدد صحيح n حيث $n > 1$ ، فإن

$$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

إذا كانت n عدداً زوجياً وكان a, b عددين غير سالبين أو إذا كان n عدداً فردياً.

مثال: $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{27} = 3$ و $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$

بسط كلا مما يأتي :

مثال 1

$$\sqrt{12d^3c^{12}} \text{ (a)}$$

$$\sqrt[3]{27y^{12}z^7} \text{ (b)}$$

تأكد 1 بسط كلا مما يأتي : —

$$\sqrt{36ab^4c^5} \text{ (a)}$$

$$\sqrt{144x^7y^5} \text{ (b)}$$

أضف إلى مطوبتك

مفهوم أساسي

خاصية قسمة الجذور

التعبير اللفظي: لأي عددين حقيقيين a, b ، حيث $b \neq 0$ ولأي عدد صحيح n حيث $n > 1$ فإن $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ ، إذا كانت جميع الجذور معروفة.

أمثلة: $\sqrt{\frac{27}{3}} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{9} = 3$ $\sqrt[3]{\frac{x^6}{8}} = \frac{\sqrt[3]{x^6}}{\sqrt[3]{8}} = \frac{x^2}{2} = \frac{1}{2}x^2$

إنطاق المقام : هو إزالة الجذور من المقام أو الكسور تحت الجذر

مثال	فاضرب البسط والمقام في	إذا كان المقام
$\frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$	$\sqrt{b}$	$\sqrt{b}$
$\frac{5}{\sqrt[3]{2}} = \frac{5}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{5\sqrt[3]{4}}{2}$	$\sqrt[n]{b^{n-x}}$	$\sqrt[n]{b^x}$

بسط كلاً مما يأتي :

مثال 2

$$\sqrt[5]{\frac{3}{4y}} \quad (b)$$

$$\frac{\sqrt{a^9}}{\sqrt{b^5}} \quad (a)$$

بسط كلاً مما يأتي : $\frac{\sqrt{c^5}}{\sqrt{d^9}}$

تأكد 2

ملخص المفاهيم

تبسيط العبارات الجذرية

تكون العبارة الجذرية في أبسط صورة إذا تحققت جميع الشروط الآتية:

- إذا كان دليل الجذر n أصغر ما يمكن.
- إذا لم يتضمن ما تحت الجذر عوامل (غير العدد 1) يمكن أن تكتب على صورة قوى نونية لعدد صحيح أو كثيرة حدود.
- إذا لم يتضمن ما تحت الجذر كسوراً.
- إذا لم توجد جذور في المقام.

بسط العبارات الجذرية الآتية: $6\sqrt{8c^3d^5} \cdot 4\sqrt{2cd^3}$

مثال 1

.....

.....

.....

.....

.....

بسط العبارات الجذرية الآتية : $2^4\sqrt{8x^3y^2} \cdot 3^4\sqrt{2x^5y^2}$

تأكد 1

.....

.....

.....

.....

.....

جمع العبارات الجذرية وطرحها

الجذور المتشابهة :

الجذران متشابهان : $4\sqrt{3b}$ و $\sqrt{3b}$

الجذران غير متشابهان : $\sqrt[3]{3b}$ و $\sqrt{3b}$

أيضا الجذران غير متشابهان : $\sqrt{2b}$ و $\sqrt{3b}$

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

مثال 2

بسط العبارة الجذرية :

$$(A) \quad 4\sqrt{8} + 3\sqrt{50}$$

.....

.....

.....

$$(B) \quad 4\sqrt{12} + 2\sqrt{27} - \sqrt{128}$$

.....

.....

.....

بسط العبارة الجذرية :

تأكد 2

$$(A) \quad 3\sqrt{90} + 4\sqrt{20} + \sqrt{162}$$

.....

.....

.....

$$(B) \quad 4\sqrt{28} + 8\sqrt{810} + \sqrt{44}$$

.....

.....

.....

بسط العبارة الجذرية : $(6\sqrt{3} - 5)(2\sqrt{5} + 4\sqrt{2})$

مثال 3

.....

.....

.....

.....

.....

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

تأكد 3

بسّط العبارة الجذرية : $(7\sqrt{2} - 3\sqrt{3})(7\sqrt{2} + 3\sqrt{3})$

.....

.....

.....

.....

مثال 4

بسّط العبارة الجذرية $\frac{5}{\sqrt{2}+3}$

.....

.....

.....

.....

تأكد 4

بسّط العبارة الجذرية (1) $\frac{6-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+4}$

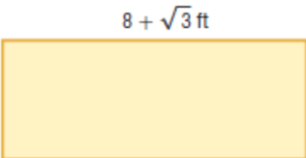
.....

.....

.....

.....

2) أوجد محيط المستطيل في الشكل المجاور واكتبه في أبسط صورة . ثم أوجد مساحته في أبسط صورة .

 $\sqrt{6} \text{ ft}$

.....

.....

.....

.....

.....

أضف إلى
مطوبتك

مفهوم أساسي

 $b^{\frac{1}{n}}$

التعبير اللفظي: لأي عدد حقيقي b ، وأي عدد صحيح موجب n ، فإن $b^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{b}$ ،
إلا إذا كانت $b < 0$ ، و n عدداً زوجياً فإن الجذر النوني قد يكون عدداً مركباً.

أمثلة: $27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$ ، $(-16)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{-16} = 4i$

مثال 1

(b) اكتب $\sqrt[8]{c}$ على الصورة الأسية(a) اكتب $a^{\frac{1}{5}}$ على الصورة الجذرية

تأكد 1

(b) اكتب $\sqrt[3]{c^{-5}}$ على الصورة الأسية(a) اكتب $d^{\frac{7}{4}}$ على الصورة الجذريةأضف إلى
مطوبتك

الأسس النسبية

مفهوم أساسي

التعبير اللفظي: يكون $b^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{b^x} = (\sqrt[y]{b})^x$ لأي عدد حقيقي b لا يساوي صفراً، ولأي عددين صحيحين x, y بحيث $y > 1$ ، إلا إذا كانت $b < 0$ و y عدداً زوجياً، فإن الجذر قد يكون عدداً مركباً.

مثالان: $27^{\frac{2}{3}} = (\sqrt[3]{27})^2 = 3^2 = 9$ ، $(-16)^{\frac{3}{2}} = (\sqrt{-16})^3 = (4i)^3 = -64i$

الموضوع / التاريخ : / / 143 هـ

مثال 2

اوجد قيمة كل عبارة مما يأتي :

(b) $256^{\frac{3}{8}}$

(a) $-3125^{\frac{-1}{5}}$

تأكد 2

(b) $125^{\frac{2}{3}}$

(a) $343^{\frac{1}{3}}$

أضف إلى

مطوبتك

ملخص المفاهيم

عبارات تتضمن أسسًا نسبية

تكون العبارات التي تتضمن أسسًا نسبية في أبسط صورة إذا تحققت الشروط الآتية:

- جميع الأسس غير سالبة.
- جميع الأسس في المقام هي أعداد صحيحة موجبة.
- لا يتضمن أي من البسط أو المقام أو كليهما كسرًا.
- دليل الجذر / الجذور المتبقية فيها أصغر ما يمكن.

أضف إلى

مطوبتك

حل المعادلات الجذرية

مفهوم أساسي

- الخطوة 1** اجعل الجذر في طرف واحد من المعادلة.
- الخطوة 2** ارفع طرفي المعادلة لأس يساوي دليل الجذر؛ وذلك للتخلص من الجذر.
- الخطوة 3** حل معادلة كثيرة الحدود الناتجة، ثم تحقق من صحة الحل.

ملحوظة :

تستعمل الصيغة $C = c(1 + r)^n$ لتقدير الثمن المستقبلي لسلعة ما اعتمادًا على التضخم المالي ، حيث C يسمى الثمن المستقبلي ، c تمثل الثمن الحالي ، r يمثل معدل التضخم ، n تمثل عدد السنوات المستقبلية .

مثال 1

افرض أن ثمن لتر الحليب الآن 4 ريالات . فكم سيزيد الثمن بعد تسعة أشهر ، إذا كان معدل التضخم المالي السنوي 5.3 % ؟

تأكد 1

إذا علمت مساحة مربع ، فإنه يمكن إيجاد طول ضلعه l باستعمال القانون $l = A^{\frac{1}{2}}$. فإذا علمت أن مساحة حديقة مربعة الشكل 169 m^2 ، فما طول ضلعها ؟

المفردات

(extraneous solution) الحل الدخيل (radical equation) المعادلة الجذرية

(radical inequality) المتباينة الجذرية

أضف إلى

مطوبتك

حل المعادلات الجذرية

مفهوم أساسي

الخطوة 1

اجعل الجذر في طرف واحد من المعادلة.

الخطوة 2

ارفع طرفي المعادلة لأس يساوي دليل الجذر؛ وذلك للتخلص من الجذر.

الخطوة 3

حل معادلة كثيرة الحدود الناتجة، ثم تحقق من صحة الحل.

حل كل معادلة مما يأتي :

مثال 1

$$\sqrt{x+15} = 5 + \sqrt{x} \quad (b)$$

$$5 = \sqrt{x-2} - 1 \quad (a)$$

حل كلاً من المعادلتين الآتيتين : (a) $\sqrt{x-4} + 6 = 10$

تأكد 1

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

$$\sqrt{x+13} - 8 = -2(b)$$

حل معادلة جذر تكعيبي

$$\text{حل المعادلة } 3(5y - 1)^{\frac{1}{3}} = 0$$

مثال 2

التاريخ : / / 143 هـ

الموضوع /

تأكد 2

$$(3n + 2)^{\frac{1}{3}} + 1 = 0$$

(حل المعادلة a)

$$(x - 5)^{\frac{1}{3}} - 4 = -2 \text{ (b)}$$

الموضوع / حل المتباينة الجذرية التاريخ : / / 143 هـ

أضف إلى

مطوياتك

مفهوم أساسي

حل المتباينات الجذرية

- الخطوة 1 إذا كان دليل الجذر عددًا زوجيًا، فعين قيم المتغير التي لا تجعل ما تحت الجذر سالبًا.
- الخطوة 2 حل المتباينة جبريًا.
- الخطوة 3 اختبر القيم لتتأكد من صحة الحل.

حل المتباينة $\sqrt{2x+2} + 1 \geq 5$

مثال 1

حل المتباينة $\sqrt{4x-4} - 2 < 4$

تأكد 1

